

Kreis-Messung des Archimedes von Syrakus

nebst

dem dazu gehörigen Kommentare

des

Eutokius von Askalon,

griechisch und deutsch, mit Anmerkungen begleitet, und einer Einleitung: welche sich vorzüglich über die Zahlen-Bezeichnungsarten und das Zahlen-System der Griechen ausbreitet, versehen

von

Joseph Gutenäcker,

K. Professor am Gymnasium zu Münnerstadt.

*

Zweyte, unveränderte Auflage.

Mit einer Figurentafel.

Würzburg,
in der Etlinger'schen Buch- und Kunsthandlung.
1828.

Vorrede.

Mit Schüchternheit trete ich mit diesen meinen Erstlingen vor das Forum der gelehrten Welt, nur zu gut bekannt mit den Schwierigkeiten, welche sich dem Bearbeiter eines solchen Gegenstandes entgegenstemmen, so wie mit den Anforderungen, die an ihn gemacht werden.

Nur das Interesse, welches man in neueren Zeiten den Mathematikern der Griechen, unsern ewig denkwürdigen Meistern, schenkt, konnte in mir den Entschluß zur Herausgabe der Kreis-Messung des Archimedes und des dazu gehörigen Kommentares von Eutokius erregen. Die Erwägung, daß der Eutokische Kommentar der wenigen Quellen eine ist, aus denen wir vom Rechnungsverfahren der

Griechen Kenntniß schöpfen können, und daß er, wenigstens meines Wissens, unter den Deutschen noch keinen Bearbeiter gefunden hat, brachte diesen meinen Entschluß zur Reise; und ich kann daher nur wünschen: daß dieses Unternehmen Beifall finde, und auf dem bisher noch wenig bearbeiteten Felde der griechischen Mathematiker einige Früchte bringe.

Bei Beurtheilung dieser Schrift, bitte ich vorzüglich diesen Umstand nicht außer Acht zu lassen, daß sie ein jugendlicher Versuch ist, und bei ihrem Beginne nicht zur öffentlichen Bekanntmachung bestimmt war; denn noch während meiner Studienjahre auf der Universität füllte ich viele meiner Freistunden mit Uebersetzungen aus Euklid, Archimed und andern griechischen Mathematikern aus, von welchen ich nun vorliegende Bearbeitung, die ich seit meinem Eintritte in das öffentliche Leben noch einer kleinen Prüfung unterworfen habe, als ein Probestück den Freunden des klassischen Alterthums übergebe.

Der Hauptzweck, den ich bei dieser Ar-

heit zu erreichen suchte, war: eine Anleitung zum Studium der griechischen Mathematiker, insbesondere aber des Archimedes zu liefern; daher denn auch die häufigeren Zitate aus Euklid, so wie das in der Einleitung näher aus einander gesetzte Zahlen-System und die Zahlen-Bezeichnungsart der Griechen u. s. w. Die aufmerksamere Behandlung des letzterwähnten Gegenstandes schien mir um so nothwendiger, weil er einmal von den Grammatikern noch keiner eigenen Prüfung unterworfen, und dann fast durchaus irrig dargestellt wurde.

Vom griechischen Texte, wie er sich in der Ausgabe des Wallis (Opp. Math. T. III.) findet, bin ich nur in einigen wenigen Fällen abgewichen, auf welche ich (die Interpunktionen und Akzente ausgenommen) in den Anmerkungen stets aufmerksam gemacht habe; und nur dieß glaube ich noch angeben zu müssen: daß ich die Buchstaben, welche sich auf eine Figur beziehen, um nicht zu einer Verwechslung mit den Zahlen Anlaß zu geben, mit großen An-

fangsbuchstaben, die Zahlen aber mit Lettern des kleinen Alphabets bezeichnete, obgleich bei Wallis beide durch Buchstaben des kleinen Alphabets angedeutet sind. Die Anmerkungen des Wallis wurden deßwegen vollständig aufgenommen, weil wir den Bemühungen dieses Mannes eine neue Text-Rezension zu verdanken haben, und aus ihnen den Text der Editio princeps Basil. ex offic. Johannis Heruagii 1544. die ich noch einmal verglichen habe, genau kennen lernen, und welcher Wallis, ob sie gleich durch häufige Fehler entstellt ist, doch vielen Werth beilegt, weil sie genau von den Manuscripten abgedruckt ist. (Cf. Wallis l. c. p. 528.)

In der Uebersetzung machte ich es mir durchaus zur Pflicht, dem Urtexte so viel wie möglich, treu zu bleiben. Erforderte hie und da die Deutlichkeit ein oder mehrere Worte, welche in dem Orginale selbst nicht vorkommen, so wurden diese in Parenthesen eingeschlossen beigefügt. Der bei uns üblichen mathematischen Zeichen, welche die Uebersetzung etwas

abgekürzt hätten, bediente ich mich deßwegen nicht durchaus, weil sie den Griechen unbekannt waren, und würde sie auch bei den Proportionen nicht angewendet haben, wenn der immerwiederkehrende Wortausdruck nicht allzu beleidigend auf das Ohr einwirkte, und die leichtere Uebersicht der Beweise erschwerte. Folgende von Archimedes und Eutokius zur Bezeichnung der Figuren gewählten Buchstaben: *A*, *B*, *E*, *Z*, *H*, *K*, *M*, *N*, *O*, hielt ich auch in der Uebersetzung wegen des gleichen Lautes und der gleichen Form bei, für Γ, Δ, Θ, Λ, Ξ, Π, Ρ setzte ich C, D, F, L, X, P, R. In den Anmerkungen beobachtete ich stets den Grundsatz, auf keine Stelle mich zu berufen, die ich nicht selbst gelesen. Bin ich hier in biographischen Notizen etwas zu weitschweifig geworden; so geschah dieß blos bei solchen Männern, die weniger bekannt sind.

Diese Bemerkungen hielt ich für nöthig, und es bleibt mir nur noch der Wunsch: daß diese Arbeit einigen Nutzen stiften möge, so wie die Bitte an jeden Verehrer der Wissenschaft, mir

die nöthigen Belehrungen, welche ich stets mit dem innigsten Danke anerkennen werde, gefälligst mitzutheilen: und das Versprechen, daß, im Falle diese Arbeit Beifall finden würde, in Kürze auch andere Schriften des Archimedes von mir ähnlich bearbeitet erscheinen sollen.

Neuburg, 12. Mai, 1825

Der Verfasser.

double (disregard)

treu zu bleiben. Erforderte hie und da die Deutlichkeit ein oder mehrere Worte, welche in dem Orginale selbst nicht vorkommen, so wurden diese in Parenthesen eingeschlossen beigefügt. Der bei uns üblichen mathematischen Zeichen, welche die Uebersetzung etwas abgekürzt hätten, bediente ich mich deßwegen nicht durchaus, weil sie den Griechen unbekannt waren, und würde sie auch bei den Proportionen nicht angewendet haben, wenn der immerwiederkehrende Wortausdruck nicht allzu beleidigend auf das Ohr einwirkte, und die leichtere Uebersicht der Beweise erschwerte. Folgende von Archimedes und Eutokius zur Bezeichnung der Figuren gewählten Buchstaben: *Α, Β, Ε, Ζ, Η, Κ, Μ, Ν, Ο,* hielt ich auch in der Uebersetzung wegen des gleichen Lautes und der gleichen Form bei, für *Γ, Δ, Θ, Λ, Ξ, Π, Ρ* setzte ich C, D, F, L, X, P, R. In den Anmerkungen beobachtete ich stets den Grundsatz, auf keine Stelle mich zu berufen, die ich nicht selbst gelesen. Bin ich hier in biographischen Notizen etwas zu weit-

double (disregard)

schweifig geworden; so geschah dieß blos bei solchen Männern, die weniger bekannt sind.

Diese Bemerkungen hielt ich für nöthig, und es bleibt mir nur noch der Wunsch, daß diese Arbeit einigen Nutzen stiften möge, so wie die Bitte an jeden Verehrer der Wissenschaft, mir die nöthigen Belehrungen, welche ich stets mit dem innigsten Danke anerkennen werde, gefälligst mitzutheilen, und das Versprechen, daß, im Falle diese Arbeit Beifall finden würde, in Kürze auch andere Schriften des Archimedes von mir ähnlich bearbeitet erscheinen sollen.

Neuburg am 12ten Mai 1825.

Der Verfasser.

Einleitung.

Die Lebensumstände Archimeds von Syrakus, (288 — 212 v. Chr.) der um alle Theile der Mathematik ein ewig bleibendes Verdienst sich erworben hat, und der sowohl hinsichtlich seiner Erfindungen, durch die er das Gebiet dieser Wissenschaft unglaublich erweiterte, als auch hinsichtlich seiner ausgezeichneten Geistesgröße eine Vergleichung mit den vorzüglichsten Männern jedes Jahrhunderts und unter allen Nationen aushält, — sind zu bekannt, als daß sie hier noch einer Erwähnung bedürften. Ich beschränke mich daher nur auf die Angabe seiner Eigenheiten in dem Dialekte, in der Konstruktions- und Beweisart, und noch einiger anderer Punkte, die in einer nähern Berührung mit der Kreis-Messung desselben stehen.

Ueber den Dialekt, dessen sich Archimed bedient, und über die Schicksale, welche seine Werke in dieser Hinsicht erlitten, sagt Wallis im Anfange seiner Anmerkungen und Verbesserungen zu der Kreis-Mes-

factum deprehendo in Libris *De Sphaera et Cylindro,* atque in hoc *De Circuli Dimensione;* quos primos enarrandos suscepit *Eutocius:* (ut ex ipsius Prooemio ad hunc librum liquet.) Et quamquam in Libros *De Aequiponderantibus* Commentarios item scripserit; id serius factum est, et strictim; atque hinc esse credo, quod Textum ibidem minus mutavarit. Reliqui autem *Archimedis* libri, in quos *Eutocii* Commentarios non habemus, Dorismum suum adhuc retinent; puta *De Conoidibus et Sphaeroidibus; De Spiralibus; De Quadratura Parabolae;* et, *Arenarius.*

Undecunque autem fuerit haec Dialectus mutatio: quanquam, in *Arenario*, visum fuerit, quo Dialectus sit uniformis, in paucis quibusdam vocibus Dorismum restituere, (Librariorum incuria, potius quam de industria mutatum;) in hoc tamen Libro, quia mutatio ea perpetua est, id faciendum non existimavi: sed ea tantum emendanda, quae vel Librarii, vel Typographi incuria, irrepserint sphalmata.

Nicht ohne Grund widerlegt Fabrizius in der Bibl. gr. L. III. c. 22. p. 551 diese Meinung mit folgenden Worten: . . . quod vero in libro de circuli dimensione et in libris de sphaera ac cylindro exigua dorismi vestigia supersunt, id librariis potius, qui hos libros frequentius de-

scripserunt, tribuerim, quam Eutocio vel ejus praeceptori Isidoro Milesio Mechanico, quibus hoc adscribit Vir incomparabilis Ioh. Wallisius. Sane Eutocius ipse in lib. 2. de sphaera ac cylindro p. 30 edit. Basil. summo se studio vetera Archimedis exemplaria indagasse testatus, disertis verbis queritur se vix ea potuisse consequi, quae ἐν μέρει τὴν Ἀρχιμήδει φίλην δωρίδα γλῶσσαν ἀπέσωζον, *quae vel ex parte doricam dialectum conservassent qua Archimedes delectatur.*

In den Konstruktionen und Beweisen ist Archimedes äußerst kurz, indem er solche Leser voraussetzt, die mit den Anfangsgründen der Arithmetik und Geometrie auf das Genauste vertraut sind. Daher fährt Wallis fort: Notandum porro est, solitum esse *Archimedem*, tum in Constructionibus, tum in Demonstrationibus suis, brevem esse et succinctum: adeoque intellectu supplenda nonnulla; quae in Elementorum scriptoribus, diserte potius dicenda essent. Solet utique Euclides, (ut et plerique veterum,) Constructiones suas, ut plurimum, ita particulatim designare, ut ad perfectam constructionem nihil desit: et Demonstrationes sic ornare, ut omnia sint particulatim ibidem ostensa, vel ex ante demonstratis assumta. Archimedes autem, (cum non tradat Elementa, sed tradita praesumit, adeo-

que jam satis intellecta;) ea saepe usus est brevitate, ut Constructionis minutiora, quaeque ex inspectu Schematis facile intelligas, consulto omittat, (ut qui adeptis scribat, non tironibus,) ea contentus insinuasse, quae in constructione sint praecipua. Et, in Demonstrationibus multa passim Lemmata praesumit, tanquam .ex elementis nota, aut inde facile (si opus sit) demonstranda. Adeoque, in Constructionibus, aliquoties subintelligendum est, *καὶ ἕτερα ὡς ἐν σχήματι*, (aut huic aliqua non absimilis formula,) quo suppleri intelligantur ea quae vel leviter tantummodo sunt insinuata, aut etiam plane relinquuntur subintelligenda. (Puta, ad Prop. 2 *γδεζ esse unam rectam, eamque diametro αβ parallelam;* aliaque istius modi: item, in ipsa Prop. 2. vox *ἔγγιστα,* aut excidit, aut saltem subintelligenda est; ut et alibi aliquoties.) Atque in Demonstrationibus similiter; aut ipse suppleas, aut ex Commentatoribus petas, Lemmatum, quae praesumuntur, demonstrationes; et calculo comprobes, quas ille praesumit operationes Arithmeticas. In quem finem, Eutocii subjunctus est Commentarius.

Die Aufgabe, die Archimedes in dem vorliegenden Werkchen durch eine ganz einfache und äußerst deutliche Darstellung gelößt hat (Eutoc. ad Prop. 1.) war schon lange vor ihm bis auf die neuesten Zeiten

„eine Lieblingsbeschäftigung aller jener, welche gerne „Erfindungen in der Mathematik machen möchten, „ohne jedoch die dazu nöthigen Kenntnisse zu besitzen", wie sich ein Rezensent in dem 24sten Bande der Wiener Jahrbücher der Literatur 1823 ausdrückt. Ich verweise daher alle jene, welche sich über das Geschichtliche dieses Gegenstandes näher zu belehren wünschen, auf die angeführte Rezension, und das um so mehr, weil dort zugleich auch die Arbeit des Archimedes auf eine geziemende Weise gewürdigt und dargestellt ist,*) und begnüge mich blos mit einer Darstellung der schon vor Archimed unter den Griechen von Hippokrates und Antiphon, (deren Eutocius im Anfange seiner Erklärungen gedenkt,) angestellten Versuche, den Kreis zu quadriren.

Bevor ich aber hiezu übergehe, glaube ich auf das schon lange vor Hippokrates und Antiphon von den Indiern angegebene und weniger gekannte Verhältniß des Durchmessers zum Umkreise aufmerksam machen zu müssen. „Das Verhältniß des Durch-

*) Ueber diesen Gegenstand vergleiche man noch: Kästners Geschichte der Mathematik 1. Th. S. 477 — 512, 2. Th. S. 69 — 72, 3. Th. S. 50 — 69. Griesers Elementar-Geometrie u. eb. Trig. Kempten 1823. S. 57 u. 58. — Schöns Lehrbuch der reinen niedern Geometrie. Nürnberg bei Felßecker. 1808. S. 139 — 151.

„messers zum Umkreise“ sagt Hr. Prof. Grieser in seiner Elementar-Geometrie und ebenen Trigonometrie S. 57. §. 107. „gaben die alten Inder schon „zu 1250 : 3927 oder 1 : 3,1416 an. Dasselbe „steht in einem Buche der Braminen: Ayeen Ak-„bery, und ist das älteste bekannte.“

Der Versuch des Hippokrates von Chios (S. Eutok. Anm. 3), der durch seine Luneln zwar Kreisstücke nicht aber den ganzen Kreis genau quadrite, läßt sich etwa auf folgende Weise darstellen; Es sei ein Kreis mit dem Durchmesser AF und dem Mittelpunkte C gegeben. (Fig. V.) Nun errichte man von C aus die auf AF perendikulare BC, und vereinige die Punkte A und B, B und F durch gerade Linien. Nun ist

$$AF^2 = AB^2 + BF^2 = 2AB^2$$

zieht man ferner vom Mittelpunkte E der Linie AB den Kreis AGBCA; so verhält sich der Kreis

$$AGBCA : AHBFA = AB^2 : AF^2$$

(Euclid. Elem. L. XII. Prop. 2.), und folglich ist der Kreis AHBFA das Doppelte des Kreises AGBCA; sonach der Halbkreis AHBFCA = 2AGBEA. Durch CB ist aber der Halbkreis AHBFCA in 2 gleiche Theile getheilt; folglich ist der Quadrant AHBCA = dem Halbkreise AGBEA. Zieht man auf beiden Seiten das Stück AHBEA ab; so ergibt sich die Gleichheit der Lunula (μηνίσκος) AGBHA und des Dreieckes ABC. Der Flächeninhalt des △ABC =

$AB \times \frac{1}{2}EC = 2AE \times \frac{1}{2}AE = AE^2$. Folglich ist auch jene Lunula genau gleich dem Quadrate des Halbmessers desselben Kreises. — Hippokrates hat sonach blos eine partielle Quadratur des Kreises geliefert, indem er den Flächeninhalt des Segments AHBEA nicht fand, sondern sich hier durch Trugschlüsse half. (Vergl. Archim. op. ed. Rivalt Paris. 1615. p. 124 u. 125. — Schöns Geometrie S. 150 — 151. — Ios. Scaliger. Prolegomena in Cyclometrica elem. p. 8—9. und in den Cyclom. elem. selbst p. 103. — Sturms Uebersetzung des Archimedes S. 183 — 184.)

Noch weit hinter der Arbeit des Hippokrates steht die des Antiphon (S. Eutok. Anmerk. 4.), der nur ein solches reguläres Vieleck in einen Kreis verzeichnete, dessen Seiten mit der Peripherie des Kreises zusammenzufallen schienen, und dann daraus auf die Gleichheit beider schloß. Rivalt sagt daher (l. c. p. 126.) von dieser Quadratur: „principia artis in eo laesa videntur, quod primum sensu Geometriam aestimaverit: tum quod putarit posse devenire ad ultimam alicujus quantitatis divisionem. Tum denique quod cum rectum circulari posse ex aequo congruere aestimaverit in eodem circulo, necessario concesserit dari angulos rectilineos aequales angulis contingentiae, quos Geometria nunquam agnovit.“ (conf. Ios. Scaliger. Proleg. in cyclometrica element.

p. 7. — 8. — Sturms Uebersetzung des Archimedes S. 180 — 181.)

Die Kreis-Messung des Archimedes fand manche Tadler in den ältern und neuern Zeiten. Skaliger ging hierin so weit, daß er in der Zueignungsschrift zu seinen Cyclomet. elem. sagt: Archimedes ex demonstrationibus suis nihil aliud consequitur, quam ut demonstrative errare voluisse videatur. Die Vorwürfe, die man dem ersten Lehrsatze machte, sind: 1) Der Beweis ad obsurdum, den wir übrigens sehr häufig bei Archimed, Euklid und andern ältern Mathematikern finden; 2) der Umstand, daß Arch. sagt: „Die eine Seite des Dreieckes soll gleich „sein der Peripherie des Kreises", und dieses habe er doch noch nicht bewiesen. Diesem Vorwurfe entgegnete schon Eutokius in seinen Erklärungen zu diesem Lehrsatze. (Vergl. Rivalt a. a. O. S. 129 — 132. Sturm a. a. O. S. 164. — 165.) In dem zweiten Lehrsatze tadelte man 1) das ὕστερον πρότερον in den Beweisen; denn in dem Beweise zu diesem Lehrsatze sage Arch.: „Die Peripherie des Kreises sei gleich dem Dreifachen des Durchmessers und „beinahe dem siebenten Theile desselben", welche Behauptung doch erst in dem dritten Lehrsatze bewiesen würde. 2) Fanden die Zahlen Anstoß, deren man sich bei geometrischen Beweisen nicht bedienen dürfe, cum (numeri) irrationales et incommensurabiles quantitates non explicant, wie Rivalt S.

133 sagt, welcher diesen Einwurf a. a. O. widerlegt. (Ueber den 3ten Lehrsatz vergl. Jos. Scal. Cyclomet. elem. p. 37. u. 39.)

Skaligers Vorwürfe, die sich in dessen Cyclometri. elem. II. Lugd. Bat. 1594 fol. befinden, widerlegte Adrianus Romanus in einem eigenen Werke Apolog. pro Arch. et exercitat. cyclic. contra Scaligerum, Orontium Finaeum et Raymarum Ursinum in decem dialogos distrib. Wurceburgi 1597. fol. — Cf. Fabr. Bibl. gr. L. III. c. 22. p. 546. Kästner, in der Geschichte der Mathem. 1. B. S. 504 — 511, giebt den Inhalt dieses Werkes an. —

In der gewöhnlichen Ordnung der drei Lehrsätze der Kreis-Messung hat Sturm in seiner Uebersetzung der Kunstbücher des unvergleichlichen Archimedes. Nürnb. 1760, (die mehr den Sinn als die Worte des Arch. wiedergiebt), eine Abänderung getroffen. Er setzt nehmlich den dritten Lehrsatz an die Stelle des zweiten, und diesen an die Stelle des dritten, und giebt als Grund dieser Versetzung S. 172. an: daß der zweite Lehrsatz (nach unserer Ordnung) sammt seinem Beweise ganz auf dem dritten beruhe, ferner glaube er, daß durch die Unachtsamkeit eines Abschreibers in den alten Exemplaren ein Irrthum vorgegangen sei. In dieser Meinung wurde er dadurch bestärkt, daß man den zweiten Theil des dritten Lehrsatzes zu einem vierten Lehrsatze machte,

welches ein offenbarer Irrthum ist. (S. Wallis Anmerk. g. zu dieser Stelle, und bei Eutokius Anmerk. y.) Allein, abgesehen davon, daß, wie Sturm selbst sagt, seine Versetzung nicht nur den gedruckten sondern auch den geschriebenen griechischen Exemplaren widerstreitet, ergiebt sich die Irrigkeit dieser Ansicht daraus, daß Archimed in dem zweiten Lehrsatze ausdrücklich sagt: ἡ δὲ βάσις (scil. ἴση ἐστὶ) τῇ τοῦ κύκλου περιμέτρῳ, ἥτις τῆς διαμέτρου τριπλασίων καὶ τοῦ ζ' ἔγγιστα ὑπερέχουσα, δειχθήσεται; und der Beweis hierüber wird auch wirklich in dem dritten Lehrsatze geliefert.

Dieß die wissenswürdigsten Punkte in Bezug auf Archimedes und dessen Kreis-Messung; nun noch Einiges von Eutokius, dem Verfasser des beigefügten Kommentars über die Kreis-Messung, und dann zu der Zahlenbezeichnungsart und dem Zahlensysteme der Griechen.

Eutokius von Askalon aus Palästina, Schüler des Mechanikers Isidor von Milet, (wie sich aus dem Schlusse des Kommentars über die Kreis-Messung sehen läßt,) lebte unter Justinian I., also in der ersten Hälfte des 6ten Jahrhunderts n. Ch. Dieß zeigt (nach Kästners Geschichte der Mathematik 1 Thl. S. 10. §. 11.) Halley am Ende seiner Vorrede zu des Apollonii Pergaei Conic. L. III. Oxon. 1710. daraus, weil Eutokius seine Erläuterungen über den Apollonius dem Anthemius Trallianus und die über den Archimedes seinem Lehrer Isidorus zugeeignet

hat, welche, nach des Prokopius Berichte, berühmte Baumeister waren, und auf Justinians Verordnung den Tempel der H. Sophia seit 530 aufführten. „Von diesem Eutokius", sagt Kästner a. a. O. S. 11., „hat Vossius einen sonderbaren Ausdruck: de „sc. Math. cap. 54. §. 20. 331. S. der Ausg. „Amst. 1650. Theone et Pappo esse recentiorem „inde cognoscimus, quod ab utroque celebre-„tur. Sinn ließe sich in diese Stelle bringen, wenn „man non zwischen Pappo und esse setzte, aber, „dieser Sinn wäre Unwahrheit. Theon und Pappus „haben den Eutokius nicht erwähnt, sondern er führt „sie an, beide zusammen, über den dritten Lehrsatz „von Archimedes Kreisrechnung. Er nennt sie un-„ter mehreren, welche gelehrt haben, eine Quadrat-„Wurzel beinahe anzugeben, und dadurch ihm die „Mühe erspart, solches da vorzutragen."

Die Werke des Eutokius, welche in Kommentaren über Achimed und Apollonius Pergäus bestehen, sind folgende: 1) ein Kommentar über die beiden Bücher Archimeds *περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου*, welcher einem gewissen Ammonius, den Eutokius *κράτιστον φιλοσόφων* nennt, zugeeignet ist; 2) über die *κύκλου μέτρησις* des Archimed; 3) über die beiden archimedischen Bücher *ἐπιπέδων ἰσοῤῥοπιῶν* mit einer Zueignungsschrift an einen gewissen Peter; 4) über die vier ersten Bücher von den Kegelschnitten des Apollonius von Pergä, welchen er dem Mecha-

niker Anthemius Trallianus widmete. Ob Eutokius auch die letzten 4 Bücher des Apollonius, seinem Versprechen in der Vorrede zu den 4 ersten Büchern gemäß, kommentirt habe, ist ungewiß. *) (Cf. Fabr. Bibl. gr. L. III. c. 22. p. 562.)

Der Kommentar des Eutokius über die Kreis-Messung, der hier beigefügt ist, hat deßwegen großes Interesse, weil er uns mit dem mühsamen Rechnungsverfahren der Griechen wenigstens zum Theile bekannt macht, und aus diesem Grunde hat auch Wallis die Herausgabe desselben übernommen, wie wir deutlich aus seinen Worten im Anfange zu den Anmerk. des Eutok. p. 560. suchen, wo es also heißt: *Eutocii Ascalonitae* Commentarium, in *Archimedis* tractatum *De Dimensione Circuli*, subjicere visum est, ob causas supra traditas ad calcem Notarum in Archimedis *Arenarium*. Ideo potissimum, ut specimen exhiberem Operationum Arithmeticarum prout ante receptas

*) Fuhrmann in der Anleitung zur Geschichte der klass. Litt. der Griechen sagt S. 970: „Eutokius kommentirte über die beiden Bücher des Archimedes ψαμμίτης u. κύκλου μέτρησις u. s. w.", welches offenbar unrichtig ist. Denn einen Kommentar über des Arch. ψαμμίτης besitzen wir nicht, und dann hat Eutok. auch noch über zwei andere Werke des Arch. Kommentare geschrieben, die Fuhrmann nicht angeführt hat.

Ciphras Indicas a Graecis exercebantur. Quas enim Archimedes, pro more suo, strictim insinuaverit operationes Arithmeticas, eas hic Eutocius ad calculum reductas nobis exhibet. Verum quidem est, semel atque iterum in calculo nonnihil erratum esse; quod tamen non tam ipsi Eutocio, quam Librariis imputandum judico: qui rem non satis intellectam, ordine turbato confusam non semel reddiderunt; numerumque pro numero substituerunt, aut etiam omisserunt; credo enim, mendum aliquando vel deprehensum, vel falso creditum, dum tollere sategerunt, induxerunt potius.

Hier eine Untersuchung über das Rechnungs-Verfahren der Griechen anzuknüpfen, wäre allerdings der passendste Platz; allein da die Darstellung dieses Gegenstandes zu weit führen würde; so verschiebe ich diese auf eine andere schickliche Gelegenheit, und beschränke mich blos auf die Angabe der bei den Griechen gebräuchlichen Bezeichnungsarten der Zahlen, so wie des Zahlensystems, und dieß um so mehr, da sich eine Darstellung des Rechnungs-Verfahrens blos auf eine Untersuchung über die eben genannten Gegenstände gründen kann. Zudem wurde bisher die Bezeichnungsart der Zahlen zu wenig beachtet, oder zu gering geschätzt; daher auch die Irrthümer, die sich von den ältern Grammatikern und Lexikographen bis auf die neuesten fortgeerbt haben,

und als wahre Behauptungen durchgängig angenommen werden.

Die Griechen bedienten sich wie die Phönizier, von welchen sie die Schrift erlernten, *) und wie mehrere andere Völker des Alterthums der Buchstaben ihres Alphabets als Zahlzeichen, und zwar in der Art, daß die Buchstaben in ihrer gewöhnlichen Ordnung von α bis θ die Einheiten, von ι bis π die Zehner, und von ρ bis ω die Hunderter bedeuteten. Da nun hiezu 27 Buchstaben erfordert werden, in den griechischen Alphabeten aber, wie wir selbe heut zu Tage in den Grammatiken finden, nur 24 vorkommen; so ist leicht ersichtlich, daß das griechische Alphabet ursprünglich 3 Zeichen mehr haben mußte, als es wirklich hat. Diese folgerechte Vermuthung findet Bestättigung durch Montfaucon und andere Gelehrte, welche Untersuchungen über diesen Gegenstand angestellt haben. Die Griechen hatten nehmlich noch drei besondere Zeichen (ἐπίσημα), welche aber nicht als Buchstaben (στοιχεῖα, γράμματα), sondern blos als Zahlzeichen gebraucht wurden, wie Skaliger bemerkt. **)

Diese Zeichen sind: 1) Ἐπίσημον βαῦ, wel-

*) S. Montfaucon Palaeogr. gr. L. II. c. 1. p. 115 seq. — Thiersch griech. Gramm. §. 12.

**) S. Montfaucon Palaeogr. gr. L. II. c. 3. p. 128.

ches nach Montfaucon *) in verschiedenen Zeiten folgende Gestalten hatte: ϛ, F, C, Ϛ, in den alten Alphabeten zwischen ε und ζ stand, folglich 6 bedeutete, und gewöhnlich mit dem ϛ i. e. στ (στίγμα), von dem es ganz verschieden ist, gleiche Form hat. Ἐπίσημον βαῦ, heißt es in der Paläographie S. 128, — — — nomen literae (scil. Phoeniciae) Vau, exqua duxit originem, hactenus servavit. — — — ϛ, quod sextum numerum indicat, in serie literarum Graecarum post ε antiquitus ponebatur, ut notat Ephiphanius contra Marcosios: imo diu post Ephiphanium usus quibusdam in locis observatur, ut in Codice Murbacensi septimi vel octavi saeculi, ubi alphabetum habetur cum Episemo ϛ post ε: et in Codice olim Sandionysiano XI saeculi, — — — imo post XI. saec. adhuc in alphabeto Graeco sextum locum occupabat, (cf. L. III. c. 4. p. 222 et 223) — — — ϛ nonnunquam in inscriptionibus per C effingitur, κc videlicet pro κϛ, id est viginti sex. In quodam Gallieni nummo Graeco per S exprimitur, et in altero Claudii Gotthici similiter. — — — Ad formam, F, quod est digamma Aeolicum, duo praesertim sunt an-

*) S. Montfaucon Palaeogr. gr. L. II. c. 1. p. 122 und L. IV. c. 10. p. 336.

notanda, primo eam literam apud Latinos non modo eodem ordine in alphabeto locari atque ו Vau apud Phoenicas; verum etiam eundem pene sonum exprimere, quando consonantis vice fungitur. Secundo, apud Aeolas digamma *F*, pro spiritu tam aspero, quam leni, usurpatum fuisse, quod jam plerique observarunt.

2.) *Ἐπίσημον Κοφῆ* oder *Κόππα*, für welches in der Paläographie folgende Formen angeführt werden: ϙ, ϑ, ϙ, ϟ, wofür nun aber gewöhnlich ϑ oder ϟ stehen. Dieses Koph bedeutet 90, und heißt auch *ἀντιῤῥῶ*, weil es ein umgekehrtes *P* und gleichsam das *q* der Lateiner ist; unde Marius Victorinus: heißt es in der Paläographie S. 132. *F vero G et q in Graecis etiam literis fuisse, et nunc esse: sed q numero servire, atque nonaginta significare.* . . . q vero idipsum est, quoad formam, quod Koph Phoenicium, - - - sicque Graeci hic et nomen et figuram penitus servarunt.

3.) *Ἐπίσημον Σὰν πῖ* oder *ἀντίσιγμα πῖ*. Die Schriftzeichen hiefür waren: Ͽ, Λ, ϡ, in den jetzigen Druckereien ist gebräuchlich ϡ, in der Basler Ausgabe des Archimedes und Eutokius steht zuweilen auch ϡ. Montfaucon a. a. O. sagt: *Ἐπίσημον Σὰν πῖ* - - - literae Tsade respondet, - - et in serie Phoeniciarum literarum post *Π* locum habebat: non quod literae munere fun-

gatur; sed pro numero ἐννεακόσια, id est nongenta adhibetur. Verum prisci, ut observat Ios. Scaliger, commutarunt hujus locum cum sequente *) quod vocatur Kophe, vel κόππα, significatque ἐνενήκοντα, nonaginta.

Mit Hilfe dieser 27 Zeichen gestaltet sich die Zahlenbezeichnung der Griechen auf folgende Weise:

Einheiten: (μονάδες)	Zehner: (δεκάδες)	Hunderter: (ἑκοντάδες)
α = 1	ι = 10	ρ = 100
β = 2	κ = 20	σ = 200
γ = 3	λ = 30	τ = 300
δ = 4	μ = 40	υ = 400
ε = 5	ν = 50	φ = 500
ϛ = 6	ξ = 60	χ = 600
ζ = 7	ο = 70	ψ = 700
η = 8	π = 80	ω = 800
ϑ = 9	ϙ = 90	ϡ = 900

*) Die Ordnung in der bei Montfaucon Palaeogr. gr. L. II. c. 1. p. 122. und L. IV. c. 10. p. 126 die Schriftzeichen aufeinander folgen, ist diese: π, ϡ, ϙ, ρ u. s. w. Allein da q in dem Alphabete der Lateiner gleich nach p steht; so möchte ich auch lieber ϙ = 90 gleich nach π = 80 setzen, und ϡ = 900 nach ω = 800, und letzteres um so mehr, da Adelung in den Anmerkungen zu dem 2ten Theile des neuen Lehrgebäudes der Diplomatik, aus dem Franz.

und es lassen sich hiedurch alle Zahlen bis 999 = ϡϟϑ ganz bequem ausdrücken, indem sich die Einheiten bei den Zehnern, und beide wieder bei den Hunderten wiederhohlen, wie hinlänglich bekannt ist. Bei der Aneinanderreihung der Zahlen gilt das Gesetz: die größere Zahl kommt zur Linken, die kleinere zur Rechten.

Als **Unterscheidungszeichen der Zahlen** von den Buchstaben findet man bei allen Grammatikern und Lexikographen auf jenen einen Strich in Gestalt eines Akutus z. B. π′ = 80. Allein diese Bezeichnungsart ist ganz unrichtig, wie sich aus alten Denkmälern erweisen läßt. In den ältesten Zeiten scheinen die Griechen gar keine Unterscheidungszeichen für ihre Zahlen (wie sie auch keine Akzente hatten,) gehabt zu haben, und erst später bezeichnete man die Zahlen durch einen Querstrich; z. B. $\bar{\pi}$ = 80; ja wir finden sogar nicht selten in einem und demselben Dokumente Zahlen theils mit theils ohne einen Querstrich. Zur Bestättigung des Gesagten einige Beispiele aus Montfaucons Paläographie.

L. II. c. 7. p. 170 findet sich ein Faksimile einer zu Rom aufgefundenen und in die ersten Jahr-

---

u. s. w. Erfurt 1761. S. 137. D. sagt: daß die Griechen in späteren Zeiten das Episemon ϡ dem ω nachgesetzt hätten, und diese Stelle ist auch die passendste.

hunderte der Kaiser fallenden Inschrift, in welcher es unter andern also heißt: *OC. EZHCENETH. IH* κ. τ. λ. i. e. ὅς ἔζησεν ἔτη ιη; sonach die Zahl ohne ein eigenes Zeichen. Eben so L. II. c. 6. p. 158. Inscript. VII. *ΦΥΛΗΣΙΑ* und *ΦΥΛΗΙΑ* i. e. φυλῆς ια und φυλὴ ια. Vrglch. Museum Veronense. Veronae 1749. p. LX. Inscript. 3, 4, 5, 6, 7, 8, p. LXI. Inscript. 2, 3 et caet. In einer und derselben Inschrift finden wir Zahlen mit und ohne Bezeichnung z. B. Montf. Pal. gr. L. II. c. 7. p. 170. *KOCMIAZHCACHETHϚ HMEPAC IΘ ΩPAC B̄* κ. τ. λ. i. e. Κοσμία ζησάση ἔτη ϛ, ἡμέρας ιϑ, ὥρας β̄. Ferner L. II. c. 6. p. 158. Inscript I. *ΛΕΓΙΩΝΟΣΔ* i. e. λεγίωνος δ, und *ΛΕΓΙΩΝΟC Λ̄* i. e. λεγίωνος λ̄. cf. ibid. Inscipt IV. Vergl. Museum Veronense p. XLIV. et caet. wo Inschriften angeführt sind, in denen durchaus die Zahlen mit einem Querstriche bezeichnet werden. Aus diesen Beispielen ergiebt sich also die Behauptung: „Bei den Griechen geschah die Bezeichnung der ganzen Zahlen, (wenn sie dieselben bezeichnen wollten,) gleich viel, ob es Grund- oder Ordnungszahlen waren, durch einen darüber gesetzten Querstrich.“ Dieser Behauptung scheint Wallis zu widersprechen, der in seinen Anmerkungen zu des Archimed. Arenar. p. 529 — 530. Opp. Math. T. III. sagt: Verum hic notandum venit, quod literae Grae-

cae, quoties vel ad similes in schemate respiciunt, aut etiam numeros Cardinales denotant, soleant in libris MSS. parallela linea superne notari; (sed accentu acuto, quoties numeros Ordinales denotant.) und eben diese Ansicht in den Anmerkungen zu Aristarch. Sam. de magnit. et distant. sol. et lunae ibid. p. 571. not. e.) wiederholt. Allein 1) beweisen die MSS. bei weitem nicht so viel, als die älteren angeführten Inschriften; 2) finden wir in den Handschriften auch nicht durchgängig die von Wallis angegebene Bezeichnungsart beibehalten, wie sich leicht aus den von Montfaucon in der Paläographie angeführten: notae et nomina Calligraphorum a tertio saeculo ad decimum sextum p. 59 — 93. beweisen läßt, ja es findet sich sogar in den meisten dort angeführten Zahlen die ausgesprochene Behauptung bestättigt; 3) sind in der Basler Ausgabe, welcher Wallis selbst Genauigkeit im Abdrucke von den MSS beilegt, die Zahlen zur Bezeichnung der Sätze, welche bloß Ordnungszahlen sind, durch einen Querstrich, und nicht wie bei Wallis durch einen Akut, bezeichnet, so wie im Kontexte fast durchaus; und dieß findet Bestättigung in den oben angeführten Inschriften; und endlich 4) widerspricht sich Wallis selbst, indem er die Grund- wie die Ordnungszahlen im Kontexte meistens durch einen Querstrich bezeichnet. — Unnöthig scheint jedoch die-

ser Querstrich bei den eigentlichen Zahlzeichen ϛ, ϟ und ϡ, wenn sie allein stehen.

Zur Bezeichnung der Tausender u. s. w. bedient man sich wieder, wie vorher, der Buchstaben des Alphabets mit den drei eingeschalteten Zeichen, nur mit dem einzigen Unterschiede, daß sie unterhalb mit einem Striche bezeichnet werden. Dieß ist die gewöhnliche Ansicht der Grammatiker und Lexikographen, so daß also die Zahlenbezeichnung auf folgende Weise weiter dargestellt werden könnte:

Tausender: (χιλιάδες)	Zehntausender: (μυριάδες)	Hunderttausender: (δέκα μυριάδες)
,α=1,000.	,ι=10,000.	,ρ=100,000.
,β=2,000.	,κ=20,000.	,σ=200,000.*)
,γ=3,000.	,λ=30,000.	,τ=300,000.*)
,δ=4,000.	,μ=40,000.	,υ=400,000.
,ε=5,000.	,ν=50,000.	,φ=500,000.
,ϛ=6,000.	,ξ=60,000.	,χ=600,000.
,ζ=7,000.	,ο=70,000.	,ψ=700,000.
,η=8,000.	,π=80,000.	,ω=800,000.*)
,θ=9,000.	,ϟ=90,000.	,ϡ=900,000.

Daß die Griechen die Tausender wirklich durch einen darunter gesetzten Strich bezeichnet haben, un-

*) Unerklärlich ist mir folgende Bezeichnungsart: ,σ = 10,000, ,τ = 20,000, ,ωλ = 100,000 S. Thiersch gr. Gr. Leipz. 1818. S. 90. — Eisenschmids griech. Gr. Paßau 1824. S. 42.

terliegt wohl keinem Zweifel, besonders da sich die Richtigkeit dieser Ansicht auf alten Monumenten nachweisen läßt. In einer von Montfaucon Palaeog. gr. p. 158. V. angeführten Grabschrift heißt es unter andern: *ΟΣΑΝΔΕΣΚΥΛΗΤΟΜΝΗΜΑ ΔΩΣΕΙ ΕΙΣΤΟΝΦΙΣΚΟΝ* ✱,ΒΦ i. e. *ὅς ἄν δὲ σκύλῃ τὸ μνῆμα, δώσει εἰς τὸν φίσκον* ✱, *βφ*. Qui expilaverit sepulcrum dabet ad fiscum denaria bis mille quingenta. Weit schwieriger ist aber die Beantwortung der Frage: Haben denn auch wirklich die Griechen die Zehntausender und Hunderttausender auf die oben angegebene Weise bezeichnet? Die Grammatiker sprechen, ohne sich in eine Untersuchung einzulassen, für die Bejahung; allein einige Umstände, die nun auseinandergesetzt werden sollen, widerstreiten dieser Meinung.

1) In den Ausgaben des Aristarchos von Samos, Archimedes, Porphyrius, Pappus von Alexandrien, Eutokius, u. a. finden wir von der angeführten Bezeichnungsart durchaus keine Spuren, sondern sie setzen von 10,000 angefangen, entweder die Namen der Zahlen, oder sie bedienen sich des ersten oder der zwei ersten Anfangsbuchstaben von *Μυριάς* (10,000), und schreiben darüber, oder vorne, oder hintenan einen Buchstaben, in der Art, daß *Μ* oder *Μυ.* mit einer beigefügten Zahl, welche Einheiten bedeutet, für die Zehntausender, *Μ* mit einem Zehner die Hun-

derttausender, *M* mit einem Hundertet die Millionen, und *M* mit einem Tausender die Zehn-Millionen bezeichnet. Oder *M* mit einer angehängten Zahl ist so viel als 10,000 multiplizirt mit der angehängten Zahl. Noch ist zu bemerken, daß, wenn eine Zahl dem *M* angehängt wird, immer am Ende dieser ein Punkt (.) gesetzt wird. Zur deutlichern Einsicht folgendes Schema:

Zehntausender: (μυριάδες)	Hunderttausender: (δέκα μυριάδες)
$\overset{\alpha}{M}$=10,000.	$\overset{\iota}{M}$=100,000.
$\overset{\beta}{M}$=20,000.	$\overset{\kappa}{M}$=200,000.
$\overset{\gamma}{M}$=30,000.	$\overset{\lambda}{M}$=300,000.
$\overset{\delta}{M}$=40,000.	$\overset{\mu}{M}$=400,000.
$\overset{\varepsilon}{M}$=50,000.	$\overset{\nu}{M}$=500,000.
$\overset{ϛ}{M}$=60,000.	$\overset{\xi}{M}$=600,000.
$\overset{\zeta}{M}$=70,000.	$\overset{o}{M}$=700,000.
$\overset{\eta}{M}$=80,000.	$\overset{\pi}{M}$=800,000.
$\overset{\vartheta}{M}$=90,000.	$\overset{ϙ}{M}$=900,000.

Millionen: (ἑκατὸν μυριάδες)	Zehnmillionen: (χίλιαι μυριάδες)
$\overset{\rho}{M}=1{,}000{,}000.$	$\overset{,\alpha}{M}=10{,}000{,}000.$
$\overset{\sigma}{M}=2{,}000{,}000.$	$\overset{,\beta}{M}=20{,}000{,}000.$
$\overset{\tau}{M}=3{,}000{,}000.$	$\overset{,\gamma}{M}=30{,}000{,}000.$
$\overset{\upsilon}{M}=4{,}000{,}000.$	$\overset{,\delta}{M}=40{,}000{,}000.$
$\overset{\varphi}{M}=5{,}000{,}000.$	$\overset{,\varepsilon}{M}=50{,}000{,}000.$
$\overset{\chi}{M}=6{,}000{,}000.$	$\overset{,ϛ}{M}=60{,}000{,}000.$
$\overset{\psi}{M}=7{,}000{,}000.$	$\overset{,\zeta}{M}=70{,}000{,}000.$
$\overset{\omega}{M}=8{,}000{,}000.$	$\overset{,\eta}{M}=80{,}000{,}000.$
$\overset{ϡ}{M}=9{,}000{,}000.$	$\overset{,\vartheta}{M}=90{,}000{,}000.$

Bei Zusammensetzungen von Zahlen dieser 4 Ordnungen werden mehrere Buchstaben zusammen über ein *M* geschrieben, oder man setzt mehrere *M* jedes mit einem darüber geschriebenen Buchstaben nebeneinander. z. B. $97{,}643{,}528=\overset{,\vartheta\psi\xi\delta}{M}\ ,\gamma\kappa\eta$ oder $\overset{,\vartheta}{M}\overset{\psi}{M}\overset{\xi}{M}\overset{\delta}{M}\ ,\gamma\kappa\eta$. Diese Schreibart finden wir bei Archimedes und Eutokius; und nun statt aller Erklärungen noch einige Beispiele über die andere gleichfalls gebräuchliche Schreibart, dem *M* Buchstaben vor und nachzusetzen. Pappus Alexandr. mathem. collect. L. II.

propos. 22. ρμδ Μυ. = 1,440,000 und prop. 24. Μυ. ρμδ. — Propos. 23. Μυ. α, Μο. ,η i. e. Μυριὰς α, Μονάδες ,η = 18,000 u. s. w. — Aristarch. Sam. de magnit. et distant. sol. et lunae propos. 18. Ἡ γῆ πρὸς τὴν σελήνην ἐν μείζονι μὲν λόγῳ ἐστί, ἢ ὃν ἔχουσι μυριάδες ρκε καὶ ,θψιβ πρὸς Μζ. ,θφζ. ἐν ἐλάσσονι δὲ ἢ ὃν Μκα. ,ς πρὸς ,ϛωνθ. Die Erde steht zum Monde in einem größern Verhältnisse als 1,259,712 zu 79,507; aber in einem kleineren als 216,000 zu 6,859. — Porphyr. Comment. in Ptolem. Harmon. L. I. c. 15. Μιδ. ,αχπ = 141,680, Μιγ. ,εσμ = 135,240 et caet.

2) Besondere Berücksichtigung verdient noch der Umstand, daß die Griechen nicht, wie wir, von 3 zu 3 Zahlzeichen, oder von Hunderten zu Hunderten aufstiegen, sondern von 4 zu 4 *), wie in der Folge gezeigt werden soll. Archimed in der Sandrechnung giebt im Vorbeigehen Aufschluß über diese Methode, weil man ohne Kenntniß derselben seine folgende Darstellung nicht leicht verstehen könnte. **)

*) Die bisherige Darstellung des Zahlensystems der Griechen, im Vergleiche mit dem unserigen, die vielleicht aus eben diesem Grunde so manchen Tadler finden könnte, mag darin Entschuldigung finden, daß sie blos deßwegen gewählt wurde, um eine deutlichere Einsicht zu gewähren.

**) Ausführlicher, als es hier geschieht, hatte sich Ar-

Diese beiden angegebenen Gründe, denen man noch so manchen andern beifügen könnte, berechtigen uns daher zu dem Schlusse: daß die bisher von den Grammatikern angegebene Bezeichnungsart der Zehn- und Hunderttausender bei den Griechen nicht gebräuchlich war, wenn man nicht annehmen wollte, daß erst mit Archimed die von uns angegebene Bezeichnungsart eingeführt worden sei, weil er unter andern im *Ψαμμίτης* p. 520 lin. 329—332. ed. Wallis sagt: *Συμβαίνει δὴ τὰ ὀνόματα τῶν ἀριθμῶν ἐς τὸ μὲν τῶν μυρίων ὑπάρχειν ἁμῖν παραδεδομένα· καὶ ὑπὲρ τῶν μυρίων μὲν ἀποχρεόντως ἐγιγνώσκομεν, μυριάδων ἀριθμὸν λέγοντες, ἐς τὰς μυρίας μυριάδας.* Doch Archimed spricht hier nur von Zahlenbenennung.

Das Zahlensystem, wie es Archimed in seiner Sandrechnung p. 520—521. lin. 333—368. ed. Wallis aufstellt, ist etwa folgendes:

Die Zahlen werden in Ordnungen eingetheilt,

---

chimed in einem dem Zeuxippus dedizirten nun aber verlornen Werke darüber ausgesprochen, wie wir aus dessen *Ψαμμίτης* sehen. *Χρήσιμον δὲ εἶμεν ὑπολαμβάνω τὰν κατονόμαξιν τῶν ἀριθμῶν ῥηθῆμεν. ὅπως καὶ τῶν ἄλλων οἱ τῷ βιβλίῳ μὴ περιζητεύοντες τῷ ποτὶ Ζεύξιππον γεγραμμένῳ μὴ πλανῶνται, διὰ τὸ μηδὲν εἶμεν ὑπὲρ αὐτᾶς ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ προειρημένον.* Arch. Aren. ed. Wallis Tom III opp. math. p. 520. l. 324—328.

von denen jede nach unserer Art zu reden, 8 Stellen einnimmt; weßwegen auch eine solche Ordnung ὀκτάς (Oktade) genannt wird. Jede Ordnung theilt sich wieder in zwei Klassen, die zur Rechten enthält die Einheiten dieser Ordnung, und jene zur Linken die Myriaden oder Zehntausender. Die Benennungen für die Einheiten sind: *μονάδες* einfache Einheiten, *δεκάδες* zehnfache Einheiten, *ἑκατοντάδες* hundertfache Einheiten, *χιλιάδες* tausendfache Einheiten. (Häufig findet man vor Zahlen, welche zu den 4 ersten Stellen gehören, das Zeichen *M°*, $\overset{o}{M}$, auch *Mo.* i. e. *Μονὰς* oder *Μονάδες*.) Diese 4 Stellen wiederholen sich in der zweiten Klasse, so daß die erste Stelle zur Rechten in dieser Klasse *μυριάδες* einfache Myriaden, die zweite *δέκα μυριάδες* zehnfache Myriaden, die dritte *ἑκατὸν μυριάδες* hundertfache Myriaden und die vierte *χίλιαι μυριάδες* tausendfache Myriaden heißt. Hier schießt sich die erste Ordnung *πρῶτοι* scil. *ἀριθμοὶ* genannt, welche von 1 bis 100,000,000 nach griech. Art: 1|0000,0000 exculs. geht. Sonach würde die Zahl der ersten Ordnung

1 1 1 3, 5 9 8 4 = 1113,5984

ausgesprochen,

- χίλιαι μυριάδες
- ἑκατὸν μυριάδες
- δέκα μυριάδες
- τρεῖς μυριάδες
- πέντε χιλιάδες
- ἐννέα ἑκατοντάδες
- ὀκτὼ δεκάδες
- τέσσαρες μονάδες

τῶν πρώτων ἀριθμῶν

oder

τῆς πρωτῆς ὀκτάδος,

und auf folgende Weise bezeichnet werden müssen
$,\alpha\rho\iota\gamma\ M\upsilon.\ \varepsilon\,\text{ϡ}\,\overline{\pi\delta}$ oder $M,\overline{\alpha\rho\iota\gamma}.\ \varepsilon\,\text{ϡ}\,\overline{\pi\delta}$ oder
$\overset{,\alpha\rho\iota\gamma}{M},\overline{\varepsilon\,\text{ϡ}\,\pi\delta}$ oder $\overset{,\alpha}{M}\ \overset{\rho}{M}\ \overset{\iota}{M}\ \overset{\gamma}{M},\overline{\varepsilon\,\text{ϡ}\,\pi\delta}$.

Die hier angegebenen Benennungen der ersten Ordnung wiederholen sich in der zweiten Ordnung, welche δεύτεροι oder δευτέρα ὀκτάς genannt wird, so wie in jeder folgenden Ordnung. Multiplicirt man eine Myriade der ersten Ordnung mit einer Myriade dieser Ordnung (10,000×10,000); so erhält man eine Einheit der zweiten Ordnung. Die zweite Ordnung mag folgende Tabelle darstellen:

Δεύτεροι oder δευτέρα ὀκτάς.

Zahl.		Zeichen. *)	Benennung.
1|0000,0000	=	αMM	μύριαι μυριάδες τῶν πρώτων ἀριθμῶν oder μονάς
10|0000,0000	=	ιMM	δέκα μονάδες oder δεκάς
100|0000,0000	=	ρMM	ἑκατὸν μονάδες oder ἑκατοντάς
1000|0000,0000	=	͵αMM	χίλιαι μονάδες oder χιλίας
1,0000|0000,0000	=	αMMM	μυριάς
10,0000|0000,0000	=	ιMMM	δέκα μυριάδες
100,0000|0000,0000	=	ρMMM	ἑκατόν μυριάδες
1000,0000|0000,0000	=	͵αMMM	χίλιαι μυριάδες

τῶν δευτέρων ἀριθμῶν.

*) Diese Zeichen finden wir in der Ausgabe des Pappus bestättigt.

Gleiches Verhältniß tritt ein bei Bildung der dritten (*τρίτοι ἀριθμοὶ*), der vierten (*τέταρτοι*), der fünften (*πέμπτοι*) und der folgenden Ordnungen bis zu 10,000 Myriaden der 10,000mal 10,000sten Ordnung, *ἐς τὰς μυρίας μυριάδας τῶν μυριακισμυριοστῶν ἀριθμῶν*, wie Archimedes sagt, der diese Zahl für ausreichend hält, dennoch aber zeigt, wie man dieses System noch weiter fortführen könne.

Archimedes nennt nehmlich alle bis jetzt angegebenen Zahlen, Zahlen der ersten Periode (*'Αριθμοὶ πρώτας περιόδου*) und belegt wie bei Feststellung der einzelnen Ordnungen die letzte Zahl der ersten Periode mit dem Namen einer Einheit der ersten Ordnung in der zweiten Periode (*μονὰς δευτέρας περιόδου πρώτων ἀριθμῶν*). Die Ordnungen der zweiten Periode werden nun auf dieselbe Weise durchgeführt wie die der ersten Periode. Denn 10,000 Myriaden der ersten Ordnung in der zweiten Periode heißen ihm die Einheit der zweiten Ordnung in der zweiten Periode (*μονὰς τᾶς δευτέρας περιόδου δευτέρων ἀριθμῶν*), und die letzte Zahl dieser zweiten Ordnung oder 10,000 Myriaden der zweiten Ordnung die Einheit der dritten Ordnung in der zweiten Periode (*μονὰς δευτέρας περιόδου τρίτων ἀριθμῶν*). Gleichartig dem Vorigen werden nun die Zahlen der zweiten Periode immerfort benannt bis zu 10,000 Myriaden der 10,000mal 10,000sten Ordnung in der

zweiten Periode (*ἐς τὰς μυριακιςμυριοστῶν ἀριθμῶν μυρίας μυριάδας τᾶς δευτέρας περιόδου*). Die letzte Zahl der zweiten Periode ist nun wieder die Einheit der ersten Ordnung in der dritten Periode (*μονὰς τρίτας περιόδου πρώτων ἀριθμῶν*) u. s. w. bis zu 10,000 Myriaden der 10,000mal 10,000sten Ordnung in der 10,000mal 10,000sten Periode (*ἐς τὰς μυριακιςμυριοστᾶς περιόδου μυριακιςμυριοστῶν ἀριθμῶν μυρίας μυριάδας*).

Archimedes fährt nun erklärend fort lin. 369—387 ed. Wallis. *Τούτων δὲ οὕτως κατωνομασμένων, εἶκα ἐῶντι ἀριθμοὶ ἀπὸ μονάδος ἀνὰ λόγον ἑξῆς κείμενοι, ὁ δὲ παρὰ τὰν μονάδα δεκὰς εἴη· οἱ ὀκτὼ αὐτῶν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι τῶν Πρώτων ἀριθμῶν καλουμένων ἐσσοῦνται· οἱ δὲ μετ' αὐτοὺς ἄλλοι ὀκτὼ τῶν Δευτέρων καλουμένων· καὶ οἱ ἄλλοι, τὸν αὐτὸν τρόπον τούτοις, τῶν συνονύμων καλουμένων ἐσσοῦνται ἀποστάσει τᾶς ὀκτάδος τῶν ἀριθμῶν, ἀπὸ τᾶς πρώτας ὀκτάδος τῶν ἀριθμῶν. Ὁ μὲν οὖν πρώτας ὀκτάδος τῶν ἀριθμῶν ὄγδοός ἐστιν ἀριθμὸς χίλιαι μυριάδες. Τᾶς δὲ δευτέρας ὀκτάδος ὁ πρῶτος, ἐπεὶ δεκαπλασίων ἐστὶ τοῦ πρὸ αὐτοῦ, μύριαι μυριάδες ἐσσεῖται· οὗτος δέ ἐστι μονὰς τῶν δευτέρων ἀριθμῶν· ὁ δὲ ὄγδοος τᾶς δευτέρας ὀκτάδος ἐστὶ χίλιαι μυριάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. Πάλιν δὲ καὶ τᾶς τρίτας ὀκτάδος ὁ πρῶτος, ἐπει δεκαπλα-*

σίων ἐστὶ τοῦ πρὸ αὐτοῦ, μύριαι μυριάδες ἐσσεῖται τῶν δευτέρων ἀριθμῶν· οὗτος δέ ἐστι μονὰς τῶν τρίτων ἀριθμῶν. Φανερὸν (Φανηρὸν Wallis) δὲ, ὅτι πολλαὶ ὀκτάδες ἐξοῦντι, ὡς εἴρηται.

Diese Erklärung Archimeds läßt sich durch mathematische Zeichen also versinnlichen:

1. Ordnung $10^0 : 10^1 : 10^2 : 10^3 : 10^4 : 10^5 : 10^6 : 10^7$

2. Ordnung $10^8 : 10^9 : 10^{10} : 10^{11} : 10^{12} : 10^{13} : 10^{14} : 10^{15}$

3. Ordnung $10^{16} : 10^{17} : 10^{18} : 10^{19} : 10^{20} : 10^{21} : 10^{22} : 10^{23}$ ....

Aus dieser Darstellung läßt sich auch leicht das Gesetz abnehmen, wie wir jede Zahl jeder beliebigen Stelle in jeder beliebigen Ordnung auffinden können. Wollen wir z. B. das letzte Glied der letzten Ordnung in der ersten Periode finden; so dürfen wir blos 1|0000,0000 mit 8 multipliziren (=8|0000,0000) und von dem Produkte 1 abziehen (=7|9999,9999); sonach ist der erhaltene Rest der Exponent des letzten Gliedes. Da ferner die Exponenten in obiger Progression immer die Anzahl der Nullen ausdrücken, welche dem 1 angehängt werden müssen, um die Zahl zu erhalten, welche dem 10 mit dem angegebenen Exponenten gleich ist; so besteht folglich das letzte Glied der 10,000mal 10,000sten Ordnung aus einem 1 mit 799,999,999 angehängten Nullen, und folglich das erste Glied der ersten Ordnung in der zweiten Periode

aus einem 1 mit 800,000,000 angehängten Nullen.

Doch nun wieder zurück zur Bezeichnungsart der Zahlen, und einige prüfende Worte über eine Stelle in Montfaucon Palaeog. gr. recens. p. XII. et XIII. *De Notis Myriadum.*

Notae numerales, sive literae numeris disignandis constitutae, a Grammaticis et Lexicariis adferuntur ita ut α', *unum* significet; β', *duo; γ', tria* etc., ut vel tirones norunt. Pro denario autem numero, ι', *decem*, ια', *undecim* etc, pro centenario, ρ', *centum*, σ', *ducenti* etc. (Daß diese Bezeichnungsart mit einem Akutus irrig ist, wurde bereits oben gezeigt.) Pro millenario, ,α *mille*; ,β, *bis mille* etc. Cum hac autem numerandi methodo hactenus consentit Codex Regius 2724. qui anno mundi 6191. secundum Graecorum calculum; Christi autem 1183. scriptus est, et quidem a perito Calligrapho, qui Aerarii generalis Constantinopolitani Acta evolvere, ex iisque varia excerpere se profitetur. Is autem myriadas sive dena millia longe alia ratione notat, quam solent Grammatici: illi quippe dena millia sic ,ι, vicena millia ,κ, 30000 ,λ, notant. (Auch diese Bezeichnungsart der Zehntausender wurde für unzulässig erklärt.) Hic autem sic, α̈ dena millia, sive myriadem unam, β̈, 20000, sive myriadas duas, γ̈, 30000, sive myriadas tres, ῒ, 100000,

sive decem myriades, ια̈, 110000, sive undecim myriadas, ιβ̈, 120000, sive duodecim myriadas, et sic de reliquis; ita ut quando plures numeri simul ponuntur, duo puncta postremae semper literae numerali superscribantur. ρ̈ autem centum myriadas, sive 1000000 significat, ρῐ̈ centum et decem myriadas, ρια̈ centum et undecim myriadas, et sic de reliquis σ̈, ducentas myriadas, τ̈ trecentas etc. Millia autem myriadum sic notantur: ,α̈, mille myriades; ,β̈ bis mille myriades etc. Si autem millenario alii numeri adjungantur, duo puncta postremo numero superscribuntur, verbi gratia ,ϑϡϟϑ̈, novem mille nongentae nonaginta novem myriades: ubi semper intelligas myriadas singulas dena millia significare. Ubi autem ultra postremum hunc numerum, videlicet ad myriadas myriadum, pervenitur, tunc plenis vocibus; non autem notis, numeratur sic, *μύριαι μυριάδες*. Nec ultra numeros persequitur ille, quisquis fuerit, Calligraphus. Ego vero suspicor numeros, qui plerumque apud veteres Scriptores non quadrare videntur, ex hujusmodi notarum ignoratione vitiatos saepe fuisse. Haec porro desumta fuerunt ex opusculo ejusdem Codicis, cui titulus, *περὶ λιτρισμῶν*, id est, *de librarum supputationibus.* Incipitque fol. 21. verso.

Eam quidem numerandi rationem memorat

Joachimus Camerarius, et post eum Georgius Henischius in opusculo de Numeratione multiplici, ubi tamen non omnia explicat ut supra, et in centenariis myriadum peccat semper: nam centum myriadas notat per 100000, id est *centum millia*, ducentas myriadas, *ducenta millia*, et sic de reliquis omnibus centenariis myriadum. Sed quoniam ille notis numeralibus, non modo myriadas myriadam, sed etiam longe ulteriores numeros, notis distinguit: quae notae in Codice Regio, de quo supra, non habentur, visum est hic ejus locum totum adferre. Sic autem habet p. 56. *Alii inter quos Camerarius, secundam Nonariam aliter notari tradunt. Ibi enim novum limitem incipiunt, quem quintum et μυριαδικῶν seu μυριονταδικῶν ἁπλῶν vocant, qui complectitur decem mille, centum mille, decies millies millia, hoc modo* α̈, 10000. β̈, 20000. γ̈, 30000. δ̈, 40000. ε̈, 50000. ϛ̈, 60000. ζ̈, 70000. η̈, 80000. ϑ̈, 90000.

ϊ, 100000. κ̈, 200000. λ̈, 300000. μ̈, 400000. ν̈, 500000. ξ̈, 600000. ο̈, 700000. π̈, 800000. ϙ̈, 900000.

ρ̈, 100000. (sic male et in sequentibus) σ̈, 200000. τ̈, 300000. ϋ, 400000. φ̈, 500000. χ̈, 600000. ψ̈, 700000. ω̈, 800000. ϡ̈, 900000. (Wahrscheinlich blos Druckfehler statt 1000000, 2000000, 3000000 u. s. w.)

,α, 10000000. ,β, 20000000. ,γ, 30000000. ,δ, 40000000. ,ε, 50000000. ,ς, 60000000. ,ζ, 70000000. ,η, 80000000. ,ϑ, 90000000. *Sextum faciunt iidem μυριονταδικῶν διπλῶν, hoc modo.*

α, 100000000. β, 200000000. γ, 300000000. δ, 400000000. ε, 500000000. ς, 600000000. ζ, 700000000. η, 800000000, ϑ, 900000000. et ita deinceps. Hae sunt *μύριαι μυριάδες*. Sic γ, *τρισμύριαι μυριάδες*; vel *χιλιοντάκις ἐννεάκις μύριαι μυριάδες*. *Sic deinceps incrementa numeri punctis notantur, ut μυριάκις μύριαι μυριάδες* α. *qui est numerus μυριονταδικῶν τριπλῶν* etc. Hactenus Georgius Henischius post Camerarium et alios. Haec vero numerandi ratio, quam in nullo unquam Codice manuscripto usurpartam vidi, cum ea quae superius ex Codice Regio allata est, in quibusdam convenit, in aliis vero secus, ut quisque videre possit,

Die eben angegebene Bezeichnungsart nach dem oben genannten Codex und nach Henischius u. a. hat den Umstaud für sich, daß sie dem Zahlensysteme der Griechen, welches sich auf die Eintheilung von 4 zu 4 Stellen gründet, wie wir oben gesehen haben, angemessen ist. Dennoch wage ich die Behauptung, daß die Griechen sich wirklich dieser Zeichen bedient hätten, nicht auszusprechen, und zwar aus folgenden Gründen:

1) Läßt es Montfaucon ganz dahingestellt, aus welchen Quellen Camerarius und Henischius die angegebene Bezeichnungsweise der Zahlen geschöpft haben; auch ist es mir aus Mangel ihrer Werke unmöglich, die Quellen anzugeben, oder nur zu sagen, ob sie auch wirklich Zeugnissen aus dem Alterthume gefolgt sind.

2) Finde ich sonst durchaus keine Stimme, welche für die Aechtheit dieser Methode, die Zahlen zu bezeichnen spräche; und endlich

3) sagt Montfaucon ausdrücklich, daß er noch in keiner Handschrift diese Zahlenbezeichnungsart gefunden habe.

Eben so ferne bin ich aber auch von der gegentheiligen Behauptung, als hätten die Griechen niemals Anwendung hievon gemacht, denn

1) läßt es sich nicht leicht denken, daß Camerarius, Henischius und die übrigen, welche die obige Ansicht aufstellten, ihre eigene Meinung, ohne sie durch einen Zeugen unterstützen zu können, als wahre Grundsätze aufgestellt haben.

2) Ist es sogar möglich, daß die Griechen in spätern Zeiten sich auch dieser Art, die Zahlen zu schreiben, bedient haben, besonders deßwegen, weil sie, wie unten dargethan werden soll, in den früheren Zeiten eine Zahlenbezeichnungsart hatten, die von der oben angegebenen und als richtig bewiesenen ganz verschieden war.

3) Stimmt, wie gesagt, diese Zahlenbezeichnungs-

art mit dem Zahlensysteme der Griechen überein, und schon dieser einzige Umstand läßt auf die Wahrscheinlichkeit der aufgestellten Ansicht schließen.

Aus Mangel an hinreichenden Zeugnissen lasse ich für jetzt die Sache unentschieden, und wende mich, eingedenk der Horazischen Sentenz: · Grammatici certant, et adhuc sub judice lis est; zu der bei den Griechen gebräuchlichen Bezeichnungsart der Brüche.

Zur Bezeichnung der Brüche bedienten sich die Griechen weit häufiger der Worte, als bestimmter Zeichen, wie sich aus den noch vorhandenen Werken derselben sehen läßt. In dem letzten Falle geschah die Bezeichnung auf folgende Weise:

Alle Brüche, deren Zähler 1 ist, drückten sie dadurch aus, daß sie über die Zahl des Nenners, die nach der oben angegebenen Weise bezeichnet wurde, einen Strich in Gestalt eines Akutus setzten. Nur der erste dieser Brüche, nämlich $\frac{1}{2}$, macht hievon eine Ausnahme. Für diesen hatten sie ein eigenes Zeichen, nämlich L oder K (nicht K.). Der Ausdruck für die folgenden Brüche wäre also dieser: $\frac{1}{3} = \gamma'$, $\frac{1}{4} = \delta'$, $\frac{1}{5} = \varepsilon'$, $\frac{1}{6} = \varsigma'$, $\frac{1}{10} = \iota'$, $\frac{1}{24} = \kappa\delta'$, $\frac{1}{48} = \mu\eta'$ u. s. w.

Uebersteigt aber der Zähler die Einheit; so gilt folgendes Gesetz: der Zähler wird als eine ganze Zahl betrachtet, und wie eine solche geschrieben. Ihm zur rechten Seite setzt man den Nenner mit einem

Akutus wie bei den vorigen Brüchen, z. B. $\frac{2}{3} = \overline{\beta\gamma'}$ oder $\overline{\beta}^{\gamma'}$, $\frac{3}{4} = \overline{\gamma\delta'}$ oder $\overline{\gamma}^{\delta'}$, $\frac{2}{5} = \overline{\beta\varepsilon'}$ oder $\overline{\beta}^{\varepsilon'}$, $\frac{9}{11} = \overline{\vartheta\iota\alpha'}$ oder $\overline{\delta}^{\iota\alpha'}$, $\frac{4}{13} = \overline{\delta\iota\gamma'}$ oder $\overline{\delta}^{\iota\gamma'}$, $\frac{11}{40} = \overline{\iota\alpha}\ \mu'$ oder $\overline{\iota\alpha}^{\mu'}$, u. s. w. Oder man schreibt den Nenner mit einem Akut auf den Zähler z. B. $\frac{6}{11} = \overset{\iota\alpha'}{\varsigma}$; $\frac{81}{121} = \overset{\rho\kappa\alpha'}{\pi\alpha}$; $\frac{37}{121} = \overset{\rho\kappa\alpha'}{\lambda\zeta}$ u. s. w. In den Ausgaben ist der Akut häufig weggelassen. Zuweilen findet man auch den Zähler mit Worten ausgedrückt, und dem auf die zuerst angegebene Weise geschriebenen Nenner vorgesetzt. z. B. $\frac{10}{71}$ = δέκα οά u. s. w. Noch vergleiche man Montfauc. Palaeogr. gr. L. V. c. 4.

Aus dieser Darstellung sieht man nun, wie sehr bisher die Grammatiker gefehlt haben, wenn sie die ganzen Zahlen mit einem Akutus bezeichneten, indem die Buchstaben mit einem darüber gesetzten Akutus nicht ganze Zahlen, sondern nur Theile dieser ausdrücken, abgesehen davon, daß auch in alten Dokumenten die ganzen Zahlen durch einen Querstrich bezeichnet sind.

Noch verdienen folgende Zahlzeichen der Griechen, die schon in den frühesten Zeiten gebräuchlich waren, und mit denen der Lateiner so manche Aehnlichkeit haben, bemerkt zu werden. Herodian in einer Abhandlung über die Zahlzeichen, welche in dem Appendix ad thesaur. ling. gr. p. 205. seq. aufgenommen ist, giebt uns hierüber Aufschluß. Die Anfangsbuch-

staben der Namen folgender Zahlen Ἴα oder Ἶα (die epische Form des Foem. von εἷς s. Eustath. ad Il. *Π.* v. 173. Buttm. gr. Gr. §. 64. 1. Thiersch gr. Gr. §. 203.) *Πέντε*, *Δέκα*, *Ηεκατὸν* (nach alter Schreibart für *ἑκατὸν*) *Χίλια* und *Μύρια* wurden nehmlich als Zahlzeichen gebraucht, und durch Zusammen- und Ineinandersetzung dieser jede beliebige Zahl bis 10,000 ausgedrückt. Die 6 Anfangsbuchstaben der angegebenen Wörter, als *Ι* = 1, *Π* = 5, *Δ* = 10, *Η* = 100, *Χ* = 1000 und *Μ* = 10000 kann man die einfachen Zahlzeichen nennen. Die Buchstaben *Δ*, *Η*, *Χ*, werden in *Π* hineingesetzt, bedeuten dann immer das Fünffache, und können die ineinandergesetzten Zahlzeichen heißen z. B. 𐅄 = 10×5=50, 𐅅 = 100×5=500, 𐅆 = 1000×5= 5000; die Buchstaben *Ι*, *Δ*, *Η*, *Χ*, werden bis auf 5 nebeneinandergereiht. Daraus gestaltet sich nun folgende Zahlenbezeichnungsart, so, daß sich die neun Einheiten bei den Zehnern, und beide wieder bei den Hunderten u. s. w. wiederholen.

Einheiten:		Zehner:	
I	= 1.	Δ	= 10.
II	= 2.	ΔΔ	= 20.
III	= 3.	ΔΔΔ	= 30.
IIII	= 4.	ΔΔΔΔ	= 40.
Π	= 5.	𐅄	= 50.
ΠI	= 6.	𐅄 Δ	= 60.
ΠII	= 7.	𐅄 ΔΔ	= 70.
ΠIII	= 8.	𐅄 ΔΔΔ	= 80.
ΠIIII	= 9.	𐅄 ΔΔΔΔ	= 90.
Hunderter:		**Tausender:**	
H	= 100.	*X*	= 1000.
HH	= 200.	*XX*	= 2000.
HHH	= 300.	*XXX*	= 3000.
HHHH	= 400.	*XXXX*	= 4000.
𐅅	= 500.	𐅆	= 5000.
𐅅 *H*	= 600.	𐅆 *X*	= 6000.
𐅅 *HH*	= 700.	𐅆 *XX*	= 7000.
𐅅 *HHH*	= 800.	𐅆 *XXX*	= 8000.
𐅅 *HHHH*	= 900.	𐅆 *XXXX*	= 9000.

M = 10,000.

Bis hieher führt Herodian dieses Zahlensystem durch; allein es lassen sich auch die Zehntausender oder Myriaden auf ähnliche Weise sehr leicht also darstellen: *M* = 10,000, *MM* = 20,000, *MMM* = 30,000, *MMMMM* = 40,000, 𐅇 = 50,000, 𐅇 *M* = 60,000, 𐅇 *MM* = 70,000, 𐅇 *MMM* = 80,000 𐅇 *MMMM* = 90,000.

Für das Alterthum dieser Zahlzeichen bürgt der Umstand, daß sie schon Solon in seinen Gesetzen bei Angabe der Geldstrafen gebrauchte, wie wir aus dem Zeugnisse Herodians sehen: *ἀλλὰ καὶ παρὰ Σόλωνι, τῷ τοὺς νόμους Ἀθηναίων γράψαντι, τὰ ἐπ' ἀργυρίῳ προστιμήματα τούτοις ὁρῶ γράμμασι σεσημασμένα.*

Als eine fernere bei den Griechen gebräuchliche Zahlenbezeichnungsart könnte man etwa noch die annehmen, nach welcher die Buchstaben des griechischen Alphabetes ohne Einschaltung der drei besondern oben angegebenen Zahlzeichen, in ihrer gewöhnlichen Ordnung für die Zahlen von 1 bis 24 gesetzt wurden. Anwendung hievon finden wir z. B. bei der Zählung der Gesänge der homerischen Iliade und Odyssee, und in andern Fällen, wo höhere Zahlen nicht vorkamen. Diese Bezeichnungsart hat Aehnlichkeit mit der unsrigen, der wir uns bei Eintheilungen von nicht vielen Gliedern bedienen, wozu wir meistens die Buchstaben des lateinischen entweder großen oder kleinen Alphabetes nehmen.

Noch scheint mir folgende Bemerkung von Wallis, daß für das Wort *ἀριθμός* häufig in den Handschriften das Zeichen *ς* vorkomme, nicht am unrechten Orte. „Cum Diophantus, sagt er in seinen Anmerkungen ad Archimedis Arenar. l. 21., aliique forsan Algebristae Graeci, quod *Radicem* aut *Rem* aut etiam *Numerum* nunc dicimus, dixerint *ἀριθμόν*, ejusque notam fecerint *ς*; (vel huic

non absimilem:) hinc factum est, ut librariis ϛ et ἀριμθὸς haberentur pro eodem; estque in libris MSS. frequens: adeoque hic τὸν ϛ posuerint pro τὸν ἀριθμόν, iterumque (lin. 435.) ἀριθμὸς pro ϛ senarii numeri nota. Idem accidisse credo lin. 2 nempe ϛ, pro ἀριθμὸν aliquando positum, tandem excidisse, vel in τὸν mutatum." Verglch. Anmerk. t. zum 3ten Lehrsatze des Eutokius.

So viel über die bei den Griechen gebräuchlichen Zahlenbezeichnungsarten und das Zahlensystem, und nun zu den Werken des Archimedes und Eutokius!

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΤΟΥ ΣΥΡΑΚΟΥΣΙΟΥ

ΚΥΚΛΟΥ ΜΕΤΡΗΣΙΣ.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ
ΚΥΚΛΟΥ ΜΕΤΡΗΣΙΣ.

ᾱ

Πᾶς κύκλος ἴσος ἐστὶ τριγώνῳ ὀρθογωνίῳ,[a]) οὗ ἡ μὲν ἐκ τοῦ κέντρου ἴση[†]) μιᾷ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν, ἡ δὲ περίμετρος τῇ βάσει.[b])

---

a) Pro ὀρθογονίῳ (Bas.) rescribo ὀρθογωνίῳ.

†) Prolus l. 4. ad Euclid. L. I. propos. 45. p. 110 ed. Bas. affert hoc Archimedis theorema primum, ponit autem ἐστὶν ante verba μιᾷ τῶν, quod ed. Bas. Wallis et Rivalt. omittunt, et infra pro τῇ λοιπῇ legit τῇ βάσει, ut et ed. Bas. et Rivaltus, male igitur Wallis λοιπῇ pro βάσει rescripsit. Quare repono βάσει, idque eo magis, quod in fine demonstrationis hujus theorematis recurrit: ἡ δὲ περίμετρος μείζων ἐστὶ τῆς βάσεως τοῦ τριγώνου. Cf. nota seq. G.

b) Rescribo τῇ λοιπῇ, pro τῇ βάσει (Basil.): tum, quod hoc dilucidius fit, (βάσις enim, primo aspectu, de hypotenusa dictum videretur;) tum quod sic legisse

Ἐχέτω ὁ ΑΒΓΔ κύκλος, ὡς ὑπόκειται. Λέγω, ὅτι ἴσος ἐστὶ τριγώνῳ τῷ Ε.

Εἰ γὰρ δυνατὸν, ἔστω μείζων ὁ κύκλος. Καὶ ἐγγεγράφθω τὸ ΑΓ τετράγωνον· καὶ τετμήσθωσαν αἱ περιφέρειαι δίχα· καὶ ἔστων[c]) τὰ τμήματα ἤδη ἐλασσόνα τῆς ὑπεροχῆς, ᾗ ὑπερέχει ὁ κύκλος τοῦ τριγώνου· τὸ εὐθύγραμμον ἄρα ἔτι τοῦ τριγώνου ἐστὶ μεῖζον. Εἰλήφθω κέντρον τὸ Ν, καὶ καθετὸς ἡ ΝΞ· ἐλάσσων ἄρα ἡ ΝΞ τῆς τοῦ τριγώνου πλευρᾶς. Ἔστι δὲ καὶ ἡ περίμετρος τοῦ εὐθυγράμμου τῆς λοιπῆς ἐλάττων, ἐπεὶ καὶ τῆς τοῦ κύκλου περιμέτρου. Ἔλαττον ἄρα τὸ εὐθύγραμμον[d]) τοῦ Ε τριγώνου, ὅπερ ἄτοπον.

Ἔστω δὲ ὁ κύκλος, εἰ δυνατὸν, ἐλάττων τοῦ Ε τριγώνου, καὶ περιγεγράφθω τὸ τετράγωνον, καὶ τετμήσθωσαν αἱ περιφέρειαι δίχα, καὶ ἤχθωσαν ἐφαπτόμεναι διὰ τῶν σημείων· ὀρθὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΟΑΡ· ἡ ΟΡ ἄρα τῆς ΜΡ ἔστι μείζων· ἡ γὰρ ΡΜ τῇ ΡΑ ἴση ἐστί· καὶ τὸ ΡΟΠ τρίγωνον ἄρα τοῦ ΟΖΑΜ σχήματος μεῖζόν ἐστιν ἢ τὸ

---

videatur Eutocius; qui Archimedis constructionem sic exponit, ἐχέτω τὴν μίαν τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν ἴσην τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, τὴν δὲ λοιπὴν τῇ περιφερίᾳ. W. Cf. nota praeced. et. nota 11. ad Arch. vers.

c) Basil. ἔστω. Verum hoc, si malis, retine propter τὰ τμήματα neutrius generis W. Praefero ἔστω. G.

d) Bas. εὐθύγραμον.

ἥμισυ. Λελείφθωσαν οἱ τῷ ΠΖΑ τομεῖς[e]) ὅμοιοι, ἐλάσσους τῆς ὑπεροχῆς, ᾗ[f]) ὑπερέχει τὸ Ε τρίγωνον τοῦ ΑΒΓΔ κύκλου. Ἔστιν ἄρα τὸ περιγεγραμμένον εὐθύγραμμον ἔτι τοῦ Ε ἔλασσον, ὅπερ ἄτοπον. Ἔστι γὰρ μεῖζον, ὅτι ἡ μὲν ΝΑ ἴση ἐστὶ τῇ καθέτῳ τοῦ τριγώνου, ἡ δὲ περίμετρος μείζων ἐστὶ τῆς βάσεως τοῦ τριγώνου.

Ἴσος ἄρα ὁ κύκλος τῷ Ε τριγώνῳ.

---

e) *τομεῖς* retineo: utut videatur potius dicendum *σχήματα*, (quà voce alibi usus erat.) *Nam τομέως vocabulum* (quod monet acutissimus Henr. Savilius, in notis ad oram libri sua manu exaratis) *est hoc sensu inauditum, et ab Archimedea elegantia alienum.* Adeoque legendum foret *τὰ τῷ ΠΖΑ σχήματα ὅμοια, ἐλάσσονα* et caet. Non muto tamen (authoritate antiqui codicis destitutus;) quoniam, utut *Sectoris* vox, potissima significatione, eam figuram notet, quae arcu et semidiametris duabus (ad centrum coeuntibus) contineatur; notat tamen, ampliori sensu, eam quae arcu et duabus rectis in peripheriae puncto coeuntibus continetur. Et quidem, si, ampliato adhuc sensu, ad eam accommodetur quae continetur arcù et duabus rectis utcunque coeuntibus, (sive intra, sive extra circulum, ad peripheriae partem sive concavam, sive convexam;) ferri saltem potest vox *τομεῖς*, utut *σχήματα* malim. W. — Cf. nota 7) ad Arch. vers.

f) Bas. *ἡ*.

β.

Ὁ κύκλος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τετράγωνον λόγον ἔχει, ὃν ια πρὸς ιδ, ἔγγιστα.[g])

Ἔστω κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ ΑΒ, καὶ περιγεγράφθω τετράγωνον τὸ ΓΗΔ, καὶ τῆς ΓΔ διπλῆ[h]) ἡ ΔΕ· ἕβδομον δὲ ἡ ΕΖ τῆς ΓΔ. Ἐπεὶ οὖν τὸ ΑΓΕ πρὸς τὸ ΑΓΔ λόγον ἔχει, ὃν κα πρὸς ζ, πρὸς δὲ τὸ ΑΕΖ τὸ ΑΓΔ λόγον ἔχει, ὃν ἑπτὰ πρὸς ἕν· τὸ ΑΓΖ ἄρα[i]) πρὸς τὸ ΑΓΔ ἔστιν, ὡς κβ πρὸς ζ. Ἀλλὰ τοῦ ΑΓΔ τετραπλάσιόν ἐστι τὸ ΓΗ τετράγωνον. (Τὸ ἄρα ΑΓΖ τρίγωνον πρὸς τὸ ΓΗ τετράγωνον λόγον ἔχει ὃν κβ πρὸς κη, ἢ ὃν ια πρὸς ιδ.[k]) Τὸ δὲ ΑΓΖ τρίγωνον τῷ ΑΒ κύκλῳ ἴσον ἐστὶν, ἐπεὶ ἡ μὲν ΑΓ κάθετος*) ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, ἡ δὲ

---

g) Post ιδ excidisse credo (saltem subintelligendum est) ἔγγιστα, (quod infra habetur.) Quod itaque suppleo.

h) Bas. διπλῇ. W — διπλῆ enim est pro διπλόη.

i) Suppleo ἄρα.

k) Post τετράγωνον supplendum videtur τὸ ἄρα ΑΓΖ τρίγωνον πρὸς τὸ ΓΗ τετράγωνον λόγον ἔχει, ὃν κβ πρὸς κη, ἢ ὃν ια πρὸς ιδ. Quod itaque restituo.

*) Basil. καθετός.

βάσις τῇ τοῦ κύκλου περιμέτρῳ, ἥτις[l]) τῆς διαμέτρου τριπλασίων[m]) καὶ τοῦ ζ′ ἔγγιστα ὑπερέχουσα, δειχθήσεται. Ὁ κύκλος οὖν πρὸς τὸ ΓΗ τετράγωνον λόγον ἔχει, ὃν ια πρὸς ιδ, ἔγγιστα.[n])

γ.

Παντὸς κύκλου ἡ περίμετρος τῆς διαμέτρου τριπλασίων ἐστὶ, καὶ ἔτι ὑπερέχει ἐλάσσονι μὲν ἢ ἑβδόμῳ μέρει τῆς διαμέτρου, μείζονι δὲ ἢ δέκα ἑβδομηκοστομόνοις.

Ἔστω κύκλος καὶ διάμετρος ἡ ΑΓ, καὶ κέντρον τὸ Ε, καὶ ἡ ΓΛΖ ἐφαπτομένη, καὶ ἡ ὑπὸ ΖΕΓ τρίτον ὀρθῆς. Ἡ ΕΖ ἄρα πρὸς ΖΓ λόγον ἔχει, ὃν τς πρὸς ρνγ, ἡ δὲ ΕΓ πρὸς τὴν ΓΖ μείζονα[o]) λόγον ἔχει, ἢ ὃν σξε πρὸς ρνγ.

---

l) Suppleo, quod exciderat, τῇ τοῦ κύκλου περιμέτρῳ, ἥτις.

m) Τριπλασίων retineo, (atque alibi similiter;) sed malim τριπλασία, prout apud Euclidem — πλάσιος et — πλασίων distinguuntur. Verum hic videntur promiscue usurpata: adeoque non muto. Quod semel monitum esto.

n) Suppleo ἔγγιστα.

o) Suppleo μείζονα, quod excidisse, ex sensu liquet,

β.

Ὁ κύκλος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τετράγωνον λόγον ἔχει, ὃν ια πρὸς ιδ, ἔγγιστα.[g])

Ἔστω κύκλος, οὗ διάμετρος ἡ ΑΒ, καὶ περιγεγράφθω τετράγωνον τὸ ΓΗΔ, καὶ τῆς ΓΔ διπλῆ[h]) ἡ ΔΕ· ἕβδομον δὲ ἡ ΕΖ τῆς ΓΔ. Ἐπεὶ οὖν τὸ ΑΓΕ πρὸς τὸ ΑΓΔ λόγον ἔχει, ὃν κα πρὸς ζ, πρὸς δὲ τὸ ΑΕΖ τὸ ΑΓΔ λόγον ἔχει, ὃν ἑπτὰ πρὸς ἕν· τὸ ΑΓΖ ἄρα[i]) πρὸς τὸ ΑΓΔ ἐστιν, ὡς κβ πρὸς ζ. Ἀλλὰ τοῦ ΑΓΔ τετραπλάσιόν ἐστι τὸ ΓΗ τετράγωνον. (Τὸ ἄρα ΑΓΖ τρίγωνον πρὸς τὸ ΓΗ τετράγωνον λόγον ἔχει, ὃν κβ πρὸς κη, ἢ ὃν ια πρὸς ιδ.[k]) Τὸ δὲ ΑΓΖ τρίγωνον τῷ ΑΒ κύκλῳ ἴσον ἐστίν, ἐπεὶ ἡ μὲν ΑΓ κάθετος*) ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, ἡ δὲ

---

g) Post ιδ excidisse credo (saltem subintelligendum est) ἔγγιστα, (quod infra habetur.) Quod itaque suppleo.

h) Bas. διπλή. W — διπλῆ enim est pro διπλόη.

i) Suppleo ἄρα.

k) Post τετράγωνον supplendum videtur τὸ ἄρα ΑΓΖ τρίγωνον πρὸς τὸ ΓΗ τετράγωνον λόγον ἔχει, ὃν κβ πρὸς κη, ἢ ὃν ια πρὸς ιδ. Quod itaque restituo.

*) Basil. καθετός.

βάσις τῇ τοῦ κύκλου περιμέτρῳ, ἥτις[l]) τῆς διαμέτρου τριπλασίων[m]) καὶ τοῦ ζʹ ἔγγιστα ὑπερέχουσα, δειχθήσεται. Ὁ κύκλος οὖν πρὸς τὸ ΓΗ τετράγωνον λόγον ἔχει, ὃν $\overline{\iota\alpha}$ πρὸς $\overline{\iota\delta}$, ἔγγιστα.[n])

γ.

Παντὸς κύκλου ἡ περίμετρος τῆς διαμέτρου τριπλασίων ἐστὶ, καὶ ἔτι ὑπερέχει ἐλάσσονι μὲν ἢ ἑβδόμῳ μέρει τῆς διαμέτρου, μείζονι δὲ ἢ δέκα ἑβδομηκοστομόνοις.

Ἔστω κύκλος καὶ διάμετρος ἡ ΑΓ, καὶ κέντρον τὸ Ε, καὶ ἡ ΓΛΖ ἐφαπτομένη, καὶ ἡ ὑπὸ ΖΕΓ τρίτον ὀρθῆς. Ἡ ΕΖ ἄρα πρὸς ΖΓ λόγον ἔχει, ὃν $\overline{\tau\varsigma}$ πρὸς $\overline{\rho\nu\gamma}$, ἡ δὲ ΕΓ πρὸς τὴν ΓΖ μείζονα[o]) λόγον ἔχει, ἢ ὃν $\overline{\sigma\xi\varepsilon}$ πρὸς $\overline{\rho\nu\gamma}$.

---

l) Suppleo, quod exciderat, τῇ τοῦ κύκλου περιμέτρῳ, ἥτις.

m) Τριπλασίων retineo, (atque alibi similiter;) sed malim τριπλασία, prout apud Euclidem — πλάσιος et — πλασίων distinguuntur. Verum hic videntur promiscue usurpata: adeoque non muto. Quod semel monitum esto.

n) Suppleo ἔγγιστα.

o) Suppleo μείζονα, quod excidisse, ex sensu liquet,

Τετμήσθω οὖν ἡ ὑπὸ ΖΕΓ δίχα τῇ ΕΗ· ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΖΕ πρὸς ΕΓ, ἡ ΖΗ πρὸς ΗΓ· καὶ συνθέντι, καὶ ἐναλλάξ.[p]) ὡς ἄρα συναμφότερος ἡ ΖΕ, ΕΓ πρὸς ΖΓ, ἡ ΕΓ πρὸς ΓΗ· ὥστε ἡ ΓΕ πρὸς ΓΗ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ φοα πρὸς ρνγ. Ἡ ΕΗ ἄρα πρὸς ΗΓ δυνάμει μείζονα[q]) λόγον ἔχει, ἢ[q]) ὃν $\overset{\lambda\delta}{M}$,θυν[r]) πρὸς $\overset{\beta}{M}$,γυθ[r]), μήκει ἄρα μείζονα ἢ ὃν φϙα η′[s]) πρὸς ρνγ.

Πάλιν δίχα[t]) ἡ ὑπὸ ΗΕΓ τῇ ΕΘ. Διὰ τὰ αὐτὰ ἄρα ἡ ΕΓ πρὸς ΓΘ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ͵αρξβ η′ πρὸς ρνγ. Ἡ ΘΕ ἄρα πρὸς ΘΓ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ͵αροβ η′ πρὸς ρνγ.

Ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΘΕΓ τῇ ΕΚ. Ἡ ΕΓ ἄρα πρὸς ΓΚ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ͵βτλδ δ′ πρὸς ρνγ. Ἡ ΕΚ ἄρα πρὸς ΓΚ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ͵βτλθ δ′ πρὸς ρνγ·

---

et ex particula ἢ, quae linea sequente adhuc retinetur.

p) Συνθέντι καὶ ἐναλλάξ, rescribo, mutato ordine, pro ἐναλλάξ καὶ συνθέντι (Bas.) demonstrationis ordine id postulante. Atque sic Eutocius.

q) Suppleo μείζονα et ἤ.

r) Pro M et M (Bas.) rescribo ex margine $\overset{\lambda\delta}{M}$ et $\overset{\beta}{M}$.

s) Pro ὃν φϙα (Bas.) restituo (quod calculus postulat) μείζονα ἢ ὃν φϙα η′.

t) Post δίχα, subintellige τετμήσθω· et sic saepe.

Ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΚΕΓ τῇ ΔΕ. Ἡ ΕΓ ἄρα πρὸς ΔΓ μείζονα λόγον[u]) ἔχει, ἤπερ ͵δχογ∟[*]) πρὸς ρνγ.

Ἐπεὶ οὖν ἡ ὑπὸ ΖΕΓ, τρίτον οὖσα ὀρθῆς, τέτμηται τετράκις δίχα, ἡ ὑπὸ ΔΕΓ ὀρθῆς ἐστι μη΄.[x])

Κείσθω οὖν αὐτῇ ἴση, πρὸς[y]) τῷ Ε, ἡ ὑπὸ ΓΕΜ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΖΓ ἐπὶ τὸ Μ[z]). Ἡ ἄρα ὑπὸ ΔΕΜ ὀρθῆς ἐστι κδ΄[a]). Καὶ ἡ ΔΜ ἄρα εὐθεῖα πλευρά ἐστι[b]) τοῦ περὶ τὸν κύκλον περιγραφομένου πολυγώνου πλευρὰς ἔχοντος ϟϛ.

Ἐπεὶ οὖν ἡ ΕΓ πρὸς τὴν ΓΔ ἐδείχθη μείζονα λόγον ἔχουσα, ἤπερ ͵δχογ∟ πρὸς ρνγ, ἀλλὰ τῆς μὲν ΕΓ διπλῆ ἡ ΔΓ, τῆς δὲ ΓΔ δι-

---

u) Pro μείζονα μήκει λόγον (Bas.) (deleto μήκει ut superfluo,) rescribo simpliciter μείζονα λόγον.

*) In ed. Bas. deest ∟, apud Eutocium vero ad hunc locum legitur, ͵δχογ∟, G.

x) Pro μη, (Bas.) (hoc est, 48,) rescribo μη΄, h. e. 1/48.

y) Pro αὔτη ἴση, ἡ πρός, rescribo (ex Eutocio) αὐτῇ ἴση, πρός.

z) Suppleo (ex Eutocio) καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΖΓ ἐπὶ τὸ Μ.

a) κδ΄ pro κδ (Bas.) hoc est 1/24 pro 24.

b) Bas. ἐστίν.

πλασίων ἡ ΛΜ· καὶ ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς τὴν ΛΜ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ‚δχογ∟ πρὸς ρνγ. Καὶ ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς τὴν[c]) τοῦ ϟς πολυγώνου περίμετρον μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ‚δχογ∟ πρὸς $\overset{\alpha}{M}$‚δχπη.[d])

Ἀνάπαλιν ἄρα ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου πρὸς τὴν διάμετρον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ $\overset{\alpha}{M}$‚δχπη πρὸς ‚δχογ∟[e]). Καί ἐστι τριπλασία,

---

c) Suppleo (sensu exigente) τὴν ΛΜ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ‚δχογ∟ πρὸς ρνγ. Καὶ ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς τὴν, quae excidisse videntur occasione vocum πρὸς τὴν iterum recurrentium.

d) Pro M (Bas.), rescribo (ex margine) $\overset{\alpha}{M}$.

e) Suppleo (propter similem clausulam apud Eutocium, atque hic infra.) Ἀνάπαλιν ἄρα ἡ περίμετρος τοῦ πολυγώνου πρὸς τὴν διάμετρον ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ $\overset{\alpha}{M}$δχπη πρὸς ‚δχογ∟: quae excidisse puto. Quippe cum ita distincte locutus sit Archimedes infra, ubi eadem argumentatio recurrit; non putandum est, id omisisse hic loci, ubi primnm occurrit illa argumentatio. Et quidem si illud locornm altero omissum vellet, (ut ex reliquo satis insinuatum,) id posteriori potius quam priori loco faciendum erat.

καὶ ὑπερέχουσι χξζL· ἅπερ τῶν ͵δχογ L ἐλάσσονά ἐστιν ἢ[f] *τὸ ἕβδομον. Ὥστε τὸ πολύγωνον τὸ περὶ τὸν κύκλον τῆς διαμέτρου ἐστὶ τριπλάσιον, καὶ ἔλαττον ἢ τῷ ἑβδόμῳ μέρει μεῖζον. Ἡ τοῦ κύκλου ἄρα περίμετρος πολὺ μᾶλλον ἐλάσσων ἐστὶν ἢ τριπλασίων καὶ ἑβδόμῳ μέρει μείζων.*

Λοιπὸν μέρος τοῦ γ θεωρήματος. †)

[g] *Ἔστω κύκλος, καὶ διάμετρος ἡ ΑΓ, ἡ δὲ ὑπὸ ΒΑΓ τρίτον ὀρθῆς. Ἡ ΑΒ ἄρα πρὸς ΒΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ͵ατνα πρὸς ψπ· ἡ δὲ ΑΓ πρὸς ΓΒ, ὃν ͵αφξ πρὸς ψπ.*

Τετμήσθω δίχα ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ΑΗ. Ἐπεὶ οὖν ἴση ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΗ τῇ ὑπὸ ΗΓΒ, ἀλλὰ καὶ τῇ ὑπὸ ΗΑΓ· καὶ ἡ ὑπὸ ΗΓΒ ἄρα τῇ

---

f) Pro *ἐστι* (Bas.), rescribo *ἐστιν ἢ*.

†) Suppleo ex Eutocio *Λοιπὸν μέρος τοῦ γ θεωρήματος*. G.

g) Ante hanc lineam, in editione Basileensi habetur δ, quasi quartae propositionis nota. Non autem est haec nova propositio: sed propositionis tertiae membrum posterius. Deleo igitur.

ὑπὸ *ΗΑΓ* ἐστιν ἴση. Καὶ κοινὴ ἡ ὑπὸ *ΑΗΓ* ὀρθή. Καὶ τρίτη ἄρα ἴση ἔσται ἡ ὑπὸ *ΗΖΓ* τρίτῃ τῇ ὑπὸ *ΑΓΗ*· Ἰσογώνιον ἄρα τὸ *ΑΗΓ* τῷ *ΓΗΖ* τριγώνῳ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ *ΑΗ* πρὸς *ΗΓ*, ἡ *ΓΗ* πρὸς *ΗΖ*, καὶ ἡ *ΑΓ* πρὸς *ΓΖ*· Ἀλλ' ὡς ἡ *ΑΓ* πρὸς *ΓΖ*, καὶ συναμφότερος ἡ *ΓΑΒ* πρὸς *ΒΓ*. Καὶ ὡς συναμφότερος ἄρα ἡ *ΒΑΓ* πρὸς *ΒΓ*, ἡ *ΑΗ* πρὸς *ΗΓ*. Διὰ τοῦτο οὖν ἡ *ΑΗ* πρὸς τὴν *ΗΓ* *) ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵βϡια πρὸς ψπ· ἡ δὲ *ΑΓ* πρὸς *ΓΗ* ἐλάσσονα, ἢ ὃν ͵γιδ𐅵δ' πρὸς ψπ.

Δίχα ἡ ὑπὸ *ΓΑΗ* τῇ *ΑΘ*. Ἡ *ΑΘ* ἄρα, διὰ τὰ αὐτὰ, πρὸς τὴν *ΘΓ* ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ͵εϡκδ[h]) 𐅵δ' πρὸς ψπ, ἢ ὃν ͵αωκγ πρὸς σμ· (ἑκάτερα γὰρ ἑκατέρων[i]) δ ιγ'.) Ὥστε ἡ *ΑΓ* πρὸς τὴν *ΓΘ* ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ͵αωλη ϑ ιά πρὸς σμ[k]).

Ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ *ΘΑΓ* τῇ *ΚΑ*. Καὶ ἡ *ΚΑ* πρὸς τὴν *ΚΓ* ἐλάσσονα ἄρα λόγον ἔχει, ἢ ὃν

---

*) *τὴν* ante *ΗΓ* omittit Wallis.

h) Pro λ repono ϡ —

i) Pro (Bas.) *ἑκατέρα γὰρ ἑκατέρας*, (Eutoc. *ἑκάτερα γὰρ ἑκατέρας*) rescribo *ἑκάτερα γὰρ ἑκατέρων*.

k) Pro *αωλη ϑ' πρὸς ομ* (Bas.) rescribo, *͵αωλη ϑ ιά πρὸς σμ*. W. — Non *ομ* sed *ϛμ* ed. Bas. habet. G.

,γχξα ϑ ια' πρὸς σμ, ἢ ὄν[l]) ,αζ πρὸς ξς.[m]) (ἑκάτερα γὰρ ἑκατέρων ια μ'.) Ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς τὴν ΓΚ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ,αϑς' πρὸς ξς[n])

Ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΚΑΓ τῇ ΑΛ. Ἡ ΑΛ ἄρα πρὸς τὴν ΛΓ[o]) ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν τὰ ,βι ς' πρὸς ξς· ἡ δὲ ΛΓ πρὸς ΓΛ ἐλάσσονα, ἢ τὰ ,βιζ δ' πρὸς ξς.

Ἀνάπαλιν ἄρα ἡ ΛΓ πρὸς τὴν ΓΛ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ξς πρὸς ,βιζ δ'· καὶ[p]) περίμετρος τοῦ πολυγώνου πρὸς τὴν διάμετρον μείζονα ἔχει λόγον, ἤπερ ,ςτλς πρὸς ,βιζ δ'.[q]) Ἅπερ τῶν ,βιζ δ' μείζονά ἐστιν ἢ τριπλασίονα καὶ δέκα

---

l) Suppleo ,γχξα ϑ ιά πρὸς σμ, ἢ ὄν. quae excidisse puto, occasione vocum ἢ ὂν recurrentium. —

m) Pro ξς (Bas.), rescribo ξς. —

n) Pro (Bas.) ἑκατέρα γὰρ ἑκατέρας οἶμαι ἄρα πρὸς τὴν καταλογον ,αος πρὸς ξς, (quae pessime depravata sunt;) rescribo, ἑκάτερα γὰρ ἑκατέρων ια μ'. Ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς τὴν ΓΚ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ,αϑς' πρὸς ξς. —

o) λγ rescribo pro αγ (Bas.) —

p) Suppleo (ex Eutocio) ΛΓ πρὸς τὴν ΓΛ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ξς πρὸς ,βιζ δ'. καί. —

q) Pro ,ςτιλς πρὸς μα ,ζιβ δ'. (Bas.) rescribo, ,ςτλς πρὸς ,βιζ δ'. —

οα΄.[r]) Καὶ ἡ περίμετρος ἄρα τοῦ ϟς πολυγώνου τοῦ ἐν τῷ κύκλῳ τῆς διαμέτρου τριπλασίων ἐστὶ καὶ μείζων ἢ δέκα οα΄. Ὥστε καὶ ὁ κύκλος ἔτι μᾶλλον τριπλασίων ἐστὶ καὶ μείζων ἢ δέκα οα΄

Ἡ ἄρα τοῦ κύκλου περίμετρος τῆς διαμέτρου τριπλασίων ἐστὶ, καὶ ἐλάσσων μὲν ἢ ἑβδόμῳ μέρει, μείζων δὲ ἢ δέκα ἑβδομηκοστομόνοις, ὑπερέχουσα.[s])

---

r) Pro ὁ ά (Bas.) rescribo οά. —

s) Suppleo, quo sensus perficiatur, ἢ δέκα ἑβδομηκοστομόνοις, ὑπερέχουσα.

Kreis-Messung

des

Archimedes

von

Syrakus.

Kreis-Messung des Archimedes.

I. Satz. (Fig. I.)

Lehrsatz. Jede Kreisfläche ist gleich einem rechtwinkligen Dreiecke, wenn der Halbmesser des Kreises gleich ist einer der den rechten Winkel einschließenden Seiten, und die Peripherie gleich der andern derselben.

Beweis. Der Kreis ABCD soll die angegebene Beschaffenheit haben; ich behaupte nun, daß er gleich ist dem Dreiecke E.

Denn, wenn es möglich ist, soll der Kreis größer sein. Nun zeichne man das Quadrat AC in denselben,[1] und halbire die von demselben abgeschnittenen Bogen.[2] Gesetzt die Abschnitte seien itzt noch kleiner als das Uebermaaß, um welches der Kreis größer ist als das Dreieck; folglich ist auch die (eingezeichnete)

---

1) Wie dieses geschieht, zeigt Euclid. Elem. Lib. IV. Prop. 6.

2) Archimedes führt hier, wie öfters, die Konstruktion der Figur nicht genau durch; sondern überläßt die Durch-

geradlinige Figur noch größer als das Dreieck. Ferner nehme man den Mittelpunkt N, und errichte die senkrechte Linie NX. Sonach ist NX kleiner als die eine Seite des Dreieckes; es ist aber auch der Perimeter der geradlinigen Figur kleiner als die andere Seite, folglich auch kleiner als die Peripherie des Kreises;[3] sonach ist auch die geradlinige Figur kleiner als das Dreieck E, was doch unstatthaft ist.

Ferner soll der Kreis, wenn es möglich ist, kleiner sein als das Dreieck E; und nun zeichne man ein Quadrat um den Kreis,[4] halbire die abgeschnit-

---

führung dem Leser. (Vergl. Einl. S. 4 u. 5.) In der der Basler Ausgabe beigefügten Uebersetzung heißt es daher weiter: Ducanturque ad puncta divisionum lineae rectae, fiantque hoc modo intra circulum figurae rectilineae, donec inciderimus in aliquam figuram rectilineam, quae sit major dicto triangulo, et ponatur centrum n. et caet. Dasselbe gilt auch gleich oben von der Auseinandersetzung dieses Lehrsatzes, wo es heißt: „Der Kreis soll die angegebene Beschaffenheit haben:" und wo man sich offenbar noch die Worte: mit dem Dreiecke E, hinzudenken muß.

3) Dieß läßt sich als Folge betrachten sowohl von Archimed. Hypot. 1 L. I. de Sph. et Cyl. τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν γραμμῶν ἐλαχίστην εἶναι τὴν εὐθεῖαν, als von Hypot 3. Vergl. Anmerk. 8.

4) S. Euclid. Elem. L. IV. Prop. 7.

tenen Bogen,[4] und ziehe Tangenten auf die Durchschnittspunkte. Der Winkel OAR ist daher ein rechter,[5] und OR ist größer als MR; denn RM ist gleich RA;[6] folglich ist auch das Dreieck ROP größer als die Hälfte der Figur OZAM. Gesetzt man habe Abschnitte[7] erhalten, welche ähnlich sind dem PZA, und kleiner als das Uebermaß, um welches das Dreieck

---

5) Euclid. Elem. L. III. Prop. 18. *Ἐὰν κύκλου ἐφάπτηταί τις εὐθεῖα (ΠΑΡ), ἀπὸ δὲ τοῦ κέντρου (N) ἐπὶ τὴν ἀφὴν (A) ἐπιζευχθῇ τις εὐθεῖα (NA), ἡ ἐπιζευχθεῖσα κάθετος ἔσται ἐπὶ τὴν ἁπτομένην.* cf. L. I. Prop. 13

6) Euclid. Elem. L. I. Prop. 19. *Παντὸς τριγώνου (OAP) ὑπο τὴν μείζονα γωνίαν (OAP) ἡ μείζων πλευρὰ (OP) ὑποτείνει.*

7) Das Wort *τομεὺς*, welches ich hier durch Abschnitt übersetzt habe, erklärt Euclid. El. L. III. Def. 10 also: *Τομεὺς δὲ κύκλου ἐστὶν, ὅταν πρὸς τῷ κέντρῳ αὐτοῦ τοῦ κύκλου σταθῇ ἡ γωνία, τὸ περιεχόμενον σχῆμα ὑπό τε τῶν τὴν γωνίαν περιεχουσῶν εὐθειῶν, καὶ τῆς ἀπολαμβανομένης ὑπ' αὐτῶν περιφερείας* „Ein Kreisausschnitt ist die Figur, welche von den geraden, einen Winkel am Mittelpunkte des Kreises einschließenden Linien und dem von ihnen abgeschnittenen Bogen begränzt wird." Lorenz. Eutokius bedient sich in seiner Erklärung zu dieser Stelle des Wortes *τμῆμα*, und hiernach habe ich übersetzt. Verglch. Wallis Anmerk. e zum I. Lehrs. Arch.

E größer ist als der Kreis ABCD. Folglich ist die um den Kreis gezeichnete geradlinige Figur noch kleiner als das Dreieck E, was doch unstatthaft ist. Denn sie ist größer, weil NA gleich dem einen Kathetus des Dreieckes, und der Perimeter größer ist als die Grundlinie des Dreieckes.[8]

Folglich ist der Kreis gleich dem Dreiecke E.

II. Satz. (Fig. II.)

Lehrsatz. Der Kreis verhält sich zu dem Quadrate seines Durchmessers, beinahe wie 11 zu 14.

Beweis. Es sei ein Kreis gegeben, dessen Durchmesser AB ist. Nun zeichne man um denselben

---

8) Dieß geht hervor aus Archimed. de Sph. et Cyl. L. I. Hypot. 3. *Ἐπειδὰν ὦσιν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καὶ ἤτοι ὅλη περιλαμβάνηται ἡ ἑτέρα αὐτῶν ὑπὸ τῆς ἑτέρας ἐπιφανείας,* (Rivalt legendum putat *περιφερείας*) *καὶ τῆς εὐθείας τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης αὐτῇ, ἢ τινὰ μὲν περιλαμβάνηται, τινὰ δὲ κοινὰ ἔχῃ, καὶ ἐλάσσονα εἶναι τὴν περιλαμβανομένην.* Wenn aber beide Linien nach einer Seite zu hohl sind, und die eine derselben von der andern, und von einer geraden Linie, welche gleiche Endpunkte mit ihr hat, entweder ganz, oder nur zum Theile umschlossen wird, und einen Theil mit ihr gemein hat, so ist auch die umschlossene Linie die kleinere.

das Quadrat CHD,[8] ziehe die Linie DE gleich dem Doppelten von CD, und mache EZ gleich dem siebenten Theile von CD. Da sich nun

$$\triangle ACE : \triangle ACD = 21 : 7,$$ [9]

und

$$\triangle ACD : \triangle AEZ = 7 : 1;$$ [9]

so verhält sich auch

$$\triangle ACZ : \triangle ACD = 22 : 7.$$

Allein das Quadrat CH ist das Vierfache des Dreieckes ACD.[10] Folglich verhält sich das Dreieck ACZ zu dem Quadrate CH, wie 22 zu 28, oder wie 11 zu 14. Das Dreieck ACZ ist aber gleich dem Kreise AB, weil der Kathetus AC gleich ist dem Halbmesser, und die Grundlinie [11] gleich der Peri-

9) Euclid. El. L. VI. Prop. 1. *Τὰ τρίγωνα καὶ τὰ παραλληλόγραμμα, τὰ ὑπὸ τὸ αὐτὸ ὕψος ὄντα, πρὸς ἄλληλά ἐστιν ὡς αἱ βάσεις.*

10) Denn durch AB wird das Quadrat CH in zwei gleiche Theile getheilt, und das Parallelogramm CB durch die Diagonale AD. S. Euclid. El. L. I. Prop. 34. *Τῶν παραλληλογράμμων χωρίων αἱ ἀπ᾽ ἐναντίον πλευραί τε καὶ γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσί, καὶ ἡ διάμετρος αὐτὰ δίχα τέμνει.*

11) Die Grundlinie ist allerdings zu unbestimmt, denn: *Βάσις λέγεται ἐπιπέδου χωρίου γραμμὴ ἡ ὡςανεὶ κάτω νοουμένη*, sagt Hero in seinen *ὀνομ. γεωμετρ*; und man könnte leicht glauben, Arch. verstehe die Linie AZ darunter, da er doch CZ darunter verstanden wissen

pherie des Kreises, welche das Dreifache und beinahe der siebente Theil des Durchmessers ist, wie bewiesen werden soll. Folglich verhält sich der Kreis zu dem Quadrate (seines Durchmessers) CH, beinahe wie 11 zu 14.

III. Satz. (Fig. III. et IV.)

Lehrsatz. Die Peripherie eines jeden Kreises ist gleich dem Dreifachen des Durchmessers, und einem Theile, welcher kleiner ist als $\frac{1}{7}$ und größer als $\frac{10}{71}$ des Durchmessers.

Erster Theil des Beweises. Es sei ein Kreis gegeben, sein Durchmesser sei AC, sein Mittelpunkt E, seine Tangente CLZ, und der Winkel ZEC gleich dem dritten Theile eines rechten (=30°). Sonach verhält sich

$EZ : ZC = 306 : 153$, (abgekürzt 2 : 1)
aber
$EC : CZ > 265 : 153$.

Man theile nun den Winkel ZEC durch die Linie EH in zwei gleiche Theile. Sonach verhält sich

---

will. Allein um nicht zu unrichtigen Veränderungen (S. Wallis Anmerk. b zum I. Lehrs.) und schiefen Urtheilen verleitet zu werden, bedenke man nur, daß Archimedes nicht für Anfänger, sondern für solche schreibt, die in der Mathematik bereits größere Fortschritte gemacht haben.

$$ZE : EC = ZH : HC,$$ [12]

und durch Verbindung[13]

$$((ZE+EC):EC=(ZH+HC):HC),)$$ [14]

und durch Verwechslung[15] folglich

$$(ZE + EC) : CZ = EC : CH.$$ [16]

Sonach hat

$$CE : CH > 571 : 153;$$

---

12) Ἐὰν τριγώνου γωνία δίχα τμηθῇ, ἡ δὲ τέμνουσα τὴν γωνίαν εὐθεῖα τέμνῃ καὶ τὴν βάσιν, τὰ τῆς βάσεως τμήματα τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς. κ. τ. λ. Eucl. El. L. VI. Prop. 3.

13) Eucl. El. L. V. Def. 15. Σύνθεσις λόγου ἐστὶ λῆψις τοῦ ἡγουμένου μετὰ τοῦ ἑπομένου ὡς ἑνὸς πρὸς αὐτὸ τὸ ἑπόμενον. „Die Verbindung einer Verhältniß (A:B) entsteht, wenn man setzt: das Vorderglied zum Hinterglied zusammen als ein Glied zu demselben Hintergliede. (A + B: B." Lorenz.)

14) Eucl. El. L. V. Prop. 18. Ἐὰν διῃρημένα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ συντεθέντα ἀνάλογον ἔσται.

15) Eucl. El. L. V. Def. 13. Ἐναλλὰξ λόγος ἐστὶ λῆψις τοῦ ἡγουμένου πρὸς τὸ ἡγούμενον, καὶ τοῦ ἑπομένου πρὸς τὸ ἑπόμενον. „Verwechselt wird eine Verhältniß, wenn man (in einer Proportion A : B = C : D) setzt: das Vorderglied zum Vordergliede, wie das Hinterglied zum Hintergliede (A : C = B : D)." Lorenz.

16) Eucl. El. L. V. Prop. 16. Ἐὰν τέσσαρα μεγέθη ἀνάλογον ᾖ, καὶ ἐναλλὰξ ἀνάλογον ἔσται.

daher hat

$$EH^2 : HC^2 > 349450 : 23409;$$ [17]

folglich hat auch

$$EH : HC > 591\tfrac{1}{8} : 153.$$

Man halbire ferner den Winkel HEC durch EF. Aus demselben Grunde hat also

$$EC : CF > 1162\tfrac{1}{8} : 153,$$

folglich hat

$$FE : FC > 1172\tfrac{1}{8} : 153.$$ [18]

Nun theile man den Winkel FEC durch die Linie EK in zwei gleiche Theile; daher hat

$$EC : CK > 2334\tfrac{1}{4} : 153;$$

folglich hat

$$EK : CK > 2339\tfrac{1}{4} : 153.$$

Endlich halbire man den Winkel KEC durch die Linie LE; daher hat

$$EC : LC > 4673\tfrac{1}{2} : 153.$$

Da nun der Winkel ZEC der dritte Theil eines rechten, und viermal immer in zwei gleiche Theile

---

17) δύναμις heißt eigentlich Potenz im Allgemeinen, und δύνασθαι potenziren, allein die griech. Mathematiker verstehen unter δύναμις blos die zweite Potenz oder das Quadrat, und δύνασθαι heißt ihnen daher quadriren. — μῆκος die Länge, bezeichnet eine Linie im unveränderten Zustande, oder die Wurzel einer potenzirten Linie.

18) Der Beweis läßt sich wie vorhin also darstellen:

geschnitten worden ist; so ist der Winkel LEC der 48ste Theil eines rechten. Man setze nun in dem Punkte E einen diesem (LEC) gleichen Winkel CEM an,[19] und verlängere die Linie ZC bis zu M. Folglich ist der Winkel LEM der 24ste Theil eines rechten, und die Linie LM ist sonach die Seite eines um den Kreis beschriebenen Vieleckes, welches 96 Seiten hat.

Da nun bewiesen wurde, daß

$$EC : CL > 4673\tfrac{1}{2} : 153,$$

und da AC von EC, LM aber von CL das Doppelte ist; so hat folglich auch

$$AC : LM > 4673\tfrac{1}{2} : 153,$$

und sonach hat auch AC zum Perimeter des 96eckes ein größeres Verhältniß als $4673\tfrac{1}{2}$ zu 14688.[20]

Umgekehrt hat sonach der Perimeter des 96eckes

$$HE + EC = HF : FC$$

$$(HE + EC) : EC = (HF + FC) : FC$$

$$(HE + EC) : HC = EC : FC$$

$$(HE + EC) : HC > (591\tfrac{1}{8} + 571 +) : 153.$$

$$EC : FC > 1162\tfrac{1}{8} : 153.$$

$$EF^2 : FC^2 > 1373943\tfrac{33}{64} : 23409.$$

$$EF : FC > 1172\tfrac{1}{8} : 153.$$

Eben so verhält es sich auch mit den folgenden Darstellungen. Vergl. Eutokius Erklärungen.

19) S. Euclid. Elem. L. I. Prop. 23.

20) d. h. $AC : 96\,LM > 4673\tfrac{1}{2} : 153 \times 96 (= 14688)$.

zu dem Durchmesser ein kleineres Verhältniß, als 14688 zu $4673\frac{1}{2}$. Jener ist aber um $667\frac{1}{2}$ größer als das Dreifache des Durchmessers, und diese Zahl ist (um $\frac{1}{7}$) kleiner als der siebente Theil von $4673\frac{1}{4}$ (d. i. dem Durchmesser); folglich ist das um den Kreis gezeichnete Vieleck gleich dem Dreifachen des Durchmessers, und einem Theile, welcher kleiner ist als $\frac{1}{7}$ desselben. Sonach ist die Peripherie des Kreises noch weit mehr kleiner als das Dreifache nebst dem siebenten Theile desselben.[21])

Zweiter Theil des Beweises. (Fig. IV.) Es sei ein Kreis gegeben, sein Durchmesser sei AC, und der Winkel BAC sei der dritte Theil eines rechten; sonach hat

$$AB : BC < 1351 : 780,$$

aber

$$AC : CB = 1560 : 780.$$[22])

Man halbire den Winkel BAC durch die Linie AH. Da nun der Winkel BAH gleich ist dem Winkel

---

21) S. Anmerk. 8 und Euclid. L. V. Propos. 8. *Τῶν ἀνίσων μεγεθῶν τὸ μεῖζον πρὸς τὸ αὐτὸ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὸ ἔλαττον· καὶ τὸ αὐτὸ πρὸς τὸ ἔλαττον μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ πρὸς τὸ μεῖζον.* „Von zwey ungleichen Größen hat die größere zu einer und derselben Größe eine größere Verhältniß, als die kleinere; und eine und dieselbe Größe zu der kleinern eine größere Verhältniß, als zu der größern." Lorenz.

22) Abgekürzt: AC : CB = 2 : 1.

HCB,[23] so wie auch dem Winkel HAC; so ist folglich auch HCB gleich HAC;[24] ferner ist der rechte Winkel AHC gemeinschaftlich; folglich wird auch der dritte Winkel HZC gleich sein dem dritten ACH. Das Dreieck AHC ist daher gleichwinklig mit dem Dreiecke CHZ. Es verhält sich daher

$$AH : HC = CH : HZ \text{ und } AC : CZ.$$[25]

So wie sich aber verhält

$$AC : CZ = (CA + AB) : BC;$$

folglich verhält sich auch

$$(CA + AB) : BC = AH : HC.$$

Deßwegen hat auch

$$AH : HC < 2911 : 780,$$

und

$$AC : CH < 3013\tfrac{3}{4} : 780.$$

Nun halbire man den Winkel CAH durch AF. Aus demselben Grunde hat sonach

$$AF : FC < 5924\tfrac{3}{4} : 780, \text{ oder als } 1823 : 240;$$

---

23) Euclid. El. L. III. Prop. 21. *Ἐν κύκλῳ αἱ ἐν τῷ αὐτῷ τμήματι γωνίαι ἴσαι ἀλλήλαις εἰσίν.*

24) Euclid. El. L. I. Ax. 1. *Τὰ τῷ αὐτῷ ἴσα, καὶ ἀλλήλοις ἐστὶν ἴσα.*

25) Euclid. El. L. VI. Prop. 4. *Τῶν ἰσογωνίων τριγώνων ἀνὰ λόγον εἰσὶν. αἱ πλευραὶ, αἱ περὶ τὰς ἴσας γωνίας, — καὶ ὁμόλογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι πλευραί.* „In gleichwinkligen Triangeln sind die Seiten, welche gleiche Winkel einschließen, proportionirt; und zwar diejenigen Seiten gleichnamig, welche gleichen Winkeln gegenüberliegen." Lorenz.

denn diese beiden letztern Zahlen sind 4mal der 13te Theil von den beiden vorigen. Folglich hat

$$AC : CF < 1838\tfrac{9}{11} : 240.$$

Ferner theile man den Winkel FAC durch KA in zwei gleiche Theile; demnach hat

$$KA : KC < 3661\tfrac{9}{11} : 240, \text{ oder als } 1007 : 66;$$

denn diese beiden letzteren Zahlen sind 11mal der 40ste Theil von den beiden vorigen. Folglich hat

$$AC : CK < 1009\tfrac{1}{6} : 66.$$

Endlich halbire man den Winkel KAC durch die Linie LA. Demnach hat

$$AL : LC < 2016\tfrac{1}{6} : 66,$$

und

$$AC : CL < 2017\tfrac{1}{4} : 66.$$

Umgekehrt hat sonach

$$LC : CA > 66 : 2017\tfrac{1}{4};$$

und der Perimeter des 96eckes hat zu dem Durchmesser ein größeres Verhältniß als 6336 zu $2017\tfrac{1}{4}$, welche erstere Zahl größer ist als das Dreifache und $\tfrac{10}{71}$ von $2017\tfrac{1}{4}$. Folglich ist auch der Perimeter des in den Kreis gezeichneten 96eckes gleich dem Dreifachen des Durchmessers und einem Theile, welcher größer ist als $\tfrac{10}{71}$ desselben. Demnach ist der Kreis noch weit mehr gleich dem Dreifachen seines Durchmessers und einem Theile, welcher größer ist als $\tfrac{10}{71}$ desselben.

Folglich ist die Peripherie des Kreises gleich dem Dreifachen des Durchmessers und noch einem Theile, welcher kleiner ist als $\tfrac{1}{7}$ und größer als $\tfrac{10}{71}$ desselben.

ΕΥΤΟΚΙΟΥ ΑΣΚΑΛΩΝΙΤΟΥ

ΥΠΟΜΝΗΜΑ

ΕΙΣ ΤΗΝ

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΚΥΚΛΟΥ ΜΕΤΡΗΣΙΝ.

ΕΥΤΟΚΙΟΥ ΑΣΚΑΛΩΝΙΤΟΥ
ΥΠΟΜΝΗΜΑ ΕΙΣ ΤΗΝ
ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ
ΚΥΚΛΟΥ ΜΕΤΡΗΣΙΝ.

Ἐχόμενον ἂν εἴη τὸν ἐμὸν πληροῦντι σκοπὸν, τοῖς σαφεστέροις καὶ βραχυτέρας ἐπιστάσεως δεομένοις τῶν ὑπ' Ἀρχιμήδους γεγραμμένων ἐντυγχάνοντι, καὶ τὰ ὁποσαοῦν [a]) ἐν αὐτοῖς ἐπεξεργασίας δεόμενα, τὸν δυνατὸν τρόπον, συνεχῆ ποιεῖν τοῖς πρότερον ὑφ' ἡμῶν [*]) ἐν τῷ περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου γεγραμμένοις, ἔχης [b])

---

a) Pro ὁποσοῦν (Bas.) rescribo ὁποσαοῦν. —

*) Nonne potius scribendum erat ὑπ' ἐμοῦ propter anteced. ἐμὸν, πληροῦντι, ἐντυγχάνοντι? G.

b) Mendum suspicor. ἔχης retineo: utut apud Lexicographos hanc vocem non reperiam; nec satis mihi constet, quid ea significetur. Forte perperam scriptum pro εὐχῆς· ut sit εὐχῆς ἄξιον, *quod optatu dignum sit.* Forte substituendum esset, μελετῆς,

ὡς ἀληθῶς **) ἀξίου τυγχάνοντος, τοῦ καὶ τοῖς μείζοσι καὶ πλείονος φροντίδος δεομένοις ἐπιστῆναι· εἴη δ' ἂν ὡς πρὸς τὸ προκείμενον ἐφεξῆς τὸ γεγραμμένον Ἀρχιμήδει βιβλίδιον, Κύκλου Μέτρησιν τὴν ἐπιγραφὴν ἔχον, ἐν ᾧ τὴν πρόθεσιν τἀνδρὸς ἐξ αὐτῆς τῆς ἐπιγραφῆς γνωρίζωμεν.

Βούλεται γὰρ ἐπιδεῖξαι,

τίνι χωρίῳ εὐθυγράμμῳ ἴσος ἂν εἴη κύκλος,

πρᾶγμα πάλαι πρὸς τῶν πρὸ αὐτοῦ κλεινῶν φιλοσόφων ἐζητημένον.[c]) Δῆλον γάρ, ὅτι τοῦτ'[d]) ἂν εἴη τὸ ζητούμενον, ὅπερ Ἱπποκράτης τε ὁ Χῖος καὶ Ἀντιφῶν ζητήσαντες ἐπιμελῶς [e]), ἐκεί-

---

vel, προσοχῆς, ut quod *curam* vel *attentionem* mereatur, innuat. Sed, donec quid melius occurrat, putaverim ἔχης (si mendum absit) *continuationem* seu *connexionem* innuere, idemque esse ac συνοχήν, eadem analogia qua ἑξῆς, et ἐχόμενον, et ἐχομένως, de continue proximis usurpantur.

**) Cf. Hoogeveen doct. partic. ling. graec. in Epit. redegit Christ. Godofr. Schütz Lips. 1806. p. 578. X. —

c) Basil. ἐζητημένων.

d) Pro τί ἂν (Basil.) rescribo τοῦτ' ἄν.

e) Pro ἐπιμελῆς (Basil.) rescribo ἐπιμελῶς.

νους ἡμῖν τοὺς παραλογισμοὺς εὑρήκασιν, οὓς ἀκριβῶς εἰδέναι νομίζω, τούς τε τὴν Εὐδήμου γεωμετρικὴν ἱστορίαν ἐπισκεμμένους [f]), καὶ τῶν Ἀριστοτελικῶν μετασχόντας Κηρίων. [g])

Ἀλλ' ἔστι μὲν τοῦτο τὸ βιβλίον, ὥς φησιν Ἡρακλείδης ἐν τῷ Ἀρχιμήδους βίῳ, πρὸς τὰς τοῦ βίου χρείας ἀναγκαῖον· δείκνυσι γὰρ,

ὅτι ἡ περιφέρεια τῆς διαμέτρου ἐστὶ τριπλασία, καὶ ἔτι ὑπερέχει, ἔλαττον μὲν ἢ ἑβδόμῳ μέρει, μεῖζον δὲ ἢ δέκα ἑβδομηκοστομόνοις.

Τοῦτο οὖν, φησι, σύνεγγυς δεδεῖχθαι· [h]) εὑρῆσθαι μέντοι αὐτῷ διά τινων ἑλίκων εὐθεῖαν ἴσην τῇ δοθείσῃ κύκλου περιφερείᾳ.

---

f) Ἐπισκεμμένους, forma Passivum, sed significatione Activum, etiam alias apud Archimedem occurrit. Quod de ἔσκεμμαι, atque hinc formatis, notant Lexicographi.

g) *Κηρίων* retineo tum hic, tum in fine. Commandinus videtur utrobique legisse *κυρίων*, saltem sic interpretatur. Dico autem ceria Aristotelica, potius quam Aristotelis, quoniam per ea quae in fine habentur, ambigi posse videatur, an ab Aristotele, an a Poro Nicaeno, scriptus fuerit liber *Κηρία* dictus, an ab utroque.

h) Bas. *συνεγγὺς δεδεῖχθαι.*

Εἰς τὸ $\overline{α}$ θεώρημα.

Τὸ πρῶτον θεώρημα, καὶ τοῖς ἐπὶ ποσὸν μαθημάτων γυμνασαμένοις, οὐδεμίαν ἔχον ζήτησιν φαίνεται, αὐτῶν τῶν Ἀρχιμήδους ῥημάτων σαφῶς ἐκτεθειμένων, καὶ τὸ συμπέρασμα πρὸς τὴν πρότασιν ἀνελλειπῶς ἀποσωζόντων.

Δοκεῖ δ' ἔτι [i]) κατακεχρῆσθαι πρὸς τὴν ἀπόδειξιν πράγματι μήδεπω δεδειγμένῳ. Ἐκθέμενος γὰρ τρίγωνον ὀρθογώνιον, φήσιν, [k])

Ἐχέτω τὴν μιὰν τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν ἴσην τῇ ἐκ τοῦ κέντρου, τὴν δὲ λοιπὴν τῇ περιφερείᾳ.

Ἀλλὰ, τῇ περιφερείᾳ κύκλου ἴσην εὐθεῖαν λαβεῖν, οὐδὲ πρὸς αὐτοῦ ἤδη δεδειγμένον εἴη [l]), ἀλλ' οὐδὲ ὑπ' ἄλλου παραδεδομένον. Συνορᾷν δὲ ὅμως χρὴ, ὡς οὐδὲν ἔξω τῶν προσηκόντων ὑπ' Ἀρχιμήδους γράφεται. Εἶναι γὰρ τὸ μέγεθος τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου, παντίπου δῆλον· οἶμαι καὶ τοῦτο [m]), τῶν ἐφ' ἓν διαστάτων. Ἔστι δὲ καὶ εὐθεῖα τοῦ αὐτοῦ εἴδους.

---

i) Bas. δέ τι.

k) φησὶ (Bas.) habetur, quod scribendum potius erat φησίν. W. In edit. Bas. legitur φησὶν, non φησί, ut ait. cl. Wallis. G.

l) Bas. εἶναι.

m) τοῦτο redundare videtur: non deleo tamen.

Κἂν εἰ μηδέπω οὖν ἐφάνη δυνατὸν, περιφερείᾳ [n]) κύκλου ἴσην εὐθεῖαν πορίσασθαι· ἀλλ' ὅμως εἶναί τινα τῇ [o]) φύσει εὐθεῖαν ἴσην αὐτῇ, πρὸς οὐδενός ἐστι ζητούμενον. Τὸ τοίνυν καὶ πρὸς Ἀρχιμήδους προτεθὲν τοιοῦτόν ἐστιν· ὅτι τρίγωνον τὸ ὀρθογώνιον, τὸ ἔχον ὡς προείρηται τὰς πλευράς, ἴσον ἐστὶ τῷ κύκλῳ [p]). Ὥστε τὸ προτεθὲν ἐκθέμενος, οὐδεμιᾶς [q]) ἂν καταχρήσεως κρίνοιτο· θαύματος [r]) δ' ἂν μᾶλλον κἂν τούτοις δόξειεν, τοῖς οὕτως ὑπερμεγέθεσι τῶν ζητημάτων, σαφῆ καὶ ῥᾳδίαν τὴν εὕρησιν ἐπιτιθείς.

---

n) Bas. περιφέρειᾳ, et sic aliquoties.

o) Bas. τῆ. } et sic aliquoties, ubi deerat jota
p) Bas. τῶ κύκλω } subscriptum.

Non enim Dorica dialecto scribuntur haec. W. Non aliquoties, sed vere omnino jota subscriptum in edit. Basil. deest. G.

q) Bas. οὐδεμίαν.

r) θαύματος (Basil.) retineo. Forte θαυμάσιος rescribi poterit, ut cum ἐπιτιθεὶς congruat, (nam si μᾶλλον θαύματος δόξειεν, sit *plus miri videatur*, foret, ἐπιτιθέντος·) sin (quod malim) θαύματος retineatur, construendum est, οὐδεμιᾶς ἂν καταχρήσεως κρίνοιτο, θαύματος δ' ἂν μᾶλλον δόξειεν, *nullius quidem abusus damnandus sit, quin miri potius judicandus*, hoc est, non facti abusus, sed miri, judicandus erit.

Ὡς δὲ εἴρηται, οὐδεμιᾶς †) ζητήσεως τῷ πρώτῳ θεωρήματι.

Τὸ γὰρ ΠΟΡ τρίγωνον, ὅτι μεῖζόν ἐστιν ἢ τὸ ἥμισυ τοῦ ΑΖΟΜ σχήματος, καὶ ὅτι ἁπλῶς περὶ τὸν δοθέντα κύκλον δυνατὸν εὐθύγραμμον περιγράψαι, ὥστε τὰ τμήματα, τὰ μεταξὺ τῶν τοῦ κύκλου περιφερειῶν καὶ τῶν πλευρῶν τοῦ περιγραφομένου εὐθυγράμμου, ἐλάττονα εἶναι τοῦ δοθέντος χωρίου, σαφῶς εἴρηται ἐν τοῖς εἰς τὸ πρῶτον τῶν περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου γεγραμμένοις ἡμῖν.

Εἰς τὸ γ̅ θεώρημα.

Ἐν τούτῳ τῷ θεωρήματι συνεχῶς ἐπιταττόμεθα, τοῦ δοθέντος ἀριθμοῦ τὴν τετραγωνικὴν πλευρὰν εὑρεῖν. Τοῦτο δὲ ἀκριβῶς μὲν εὑρεῖν ἐπὶ ἀριθμοῦ μὴ ὄντος τετραγώνου, ἀδύνατον. Ἀριθμὸς μὲν γὰρ ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιαζόμενος s) ποιεῖ τινα τετράγωνον ἀριθμόν· ὁ ἀριθμὸς t) δὲ καὶ μόριον ἐφ' ἑαυτὰ γινόμενα

---

†) Bas. οὐδὲ μιᾶς. G.

s) Pro ἀριθμὸν πολλαπλασιαζόμενον (Bas.) rescribo (sensu postulante) ἀριθμὸς πολλαπλασιαζόμενος.

t) Pro ὅς, rescribo ὁ ἀριθμός. Nempe cum pro ὁ ἀριθμὸς aliquando scriptum fuerat ὁ ς, (ut in ne-

οὐκέτι ἀριθμὸν ποιεῖ πλήρη, ἀλλὰ καὶ μόριον. Ὅπως δὲ δεῖ σύνεγγυς τὴν δυναμένην [u]) πλευρὰν τὸν δοθέντα ἀριθμὸν εὑρεῖν, εἴρηται μὲν Ἥρωνι ἐν τοῖς Μετρικοῖς, εἴρηται δὲ Πάππῳ καὶ Θέωνι, καὶ ἑτέροις πλείοσιν [x]) ἐξηγουμένοις τὴν Μεγάλην Σύνταξιν τοῦ Κλαυδίου Πτολεμαίου. Ὥστε οὐδὲν ἡμᾶς χρὴ περὶ τούτου ζητεῖν, ἐξὸν τοῖς φιλομαθέσιν [y]) ἐξ ἐκείνων ἀναλέγεσθαι.

Καὶ ἡ ὑπὸ ΓΕΖ τρίτον ὀρθῆς.

Ἐὰν γὰρ τὴν τοῦ ἑξαγώνου περιφέρειαν διχοτομήσαντες, καὶ τὸ ἥμισυ αὐτῆς πρὸς τῷ Γ [z]) ἀπολαβόντες, ἐπιζεύξωμεν τὴν ΕΖ, ἡ [a])

---

u) Pro δύναμιν (Bas.) rescribo δυναμένην, et quidem pro σύνεγγυς τὴν δυναμένην malim, mutato ordine, τὴν σύνεγγυς δυναμένην.

x) Bas. πλείωσιν. W. πλείοσιν legit et Fabric. Bibl. gr. L. V. c. 22. p. 209.

y) Bas. φιλομάθεσιν.

z) Pro τρίτῳ (Basil.) rescribo Γ, quod punctum hic designat; non numerum, prout qui perperam substituerunt τρίτῳ existimabant. W. cf. Eutoc. Uebers. Anmerk. 14.

a) Pro καὶ ἡ ὑπὸ (Bas.) (deleto καὶ) lego ἡ ὑπό.

ὑπὸ ΓΕΖ τρίτον ὀρθῆς. Ἡ γὰρ πρὸς τῷ [b]) Γ ἀποληφθεῖσα περιφέρεια, ἡμίσεια οὖσα τῆς τοῦ ἑξαγώνου, δωδέκατόν ἐστι τοῦ κύκλου· ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ ΓΕΖ γωνία πρὸς τῷ κέντρῳ οὖσα δωδέκατόν ἐστι τῶν τεσσάρων ὀρθῶν· τρίτον ἄρα ὀρθῆς.

Ἡ ΕΖ ἄρα *) πρὸς ΖΓ λόγον ἔχει, ὃν $\overline{\tau\varsigma}$ πρὸς $\overline{\rho\nu\gamma}$.

Ὅτι διπλῆ ἐστιν ἡ ΕΖ τῆς ΖΓ, δῆλον ἐντεῦθεν· Ἐὰν γὰρ προσεκβαλόντες τὴν ΖΓ ἐπὶ τὸ Μ, καὶ ἴσην αὐτῇ ἀποθέμενοι [c]), ἐπιζεύξωμεν ἀπὸ τοῦ Ε, συσταθήσεται ἡ πρὸς τῷ Μ γωνία, δίμοιρον [d]) ὀρθῆς. Ἔστι δὲ καὶ ἡ πρὸς τῷ Ε γωνία δίμοιρον [d]) ὀρθῆς, ἔστι δὲ καὶ ἡ πρὸς τῷ Ζ δίμοιρον [d]). Ἰσοπλεύρου ἄρα τριγώνου ἥμισύ ἐστι τὸ ΓΕΖ. Καὶ, διὰ τὸ τὴν βάσιν τοῦ

---

b) Pro πρὸς τὸ Γ (Bas.) rescribo πρὸς τῷ Γ (ut aliquoties) hoc est adjacens puncto Γ. W. Cf. Eutoc. Uebers. Anmerk. 14.

*) Repono ex Archim. et edit. Basil. ἄρα pro ἄρ. G.

c) ἀποθέμενοι retineo, forte tamen scribendum ἐπιθέμενοι.

d) Bas. διμοίρου.

ἰσοπλεύρου ἴσην οὖσαν τῇ ΕΖ, δίχα τέμνεσθαι κατὰ τὸ Γ, διπλῇ [e]) ἐστιν ἡ ΕΖ τῆς ΓΖ.

Ἡ δὲ ΕΓ πρὸς ΓΖ· μείζονα [f]) λόγον ἔχει, ἢ [f]) ὃν $\overline{\sigma\xi\varepsilon}$ πρὸς $\overline{\rho\nu\gamma}$.

Ἐπεὶ γὰρ ἡ ΕΖ ὑπόκειται $\overline{\tau\varsigma}$, ἐὰν αὐτὰ ἐφ' ἑαυτὰ πολλαπλασιάσωμεν †), γενήσεται $\overset{\vartheta}{M}\ \overline{,\gamma\chi\lambda\varsigma}$. Ἡ δὲ ΓΖ ἐστὶ $\overline{\rho\nu\gamma}$, ὥστε τὸ ἀπ' αὐτῆς ἔσται $\overset{\beta}{M}\ \overline{,\gamma\upsilon\vartheta}$. Ἐπεὶ οὖν τὸ ἀπὸ ΕΖ ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ ΕΓ, ΖΓ, ἐὰν ἀπὸ τοῦ ἀπὸ ΕΖ, ὄντος $\overset{\vartheta}{M}\ \overline{,\gamma\chi\lambda\varsigma}$, ἀφέλωμεν τὸ ἀπὸ ΓΖ, ὑπάρχον $\overset{\beta}{M}\ \overline{,\gamma\upsilon\vartheta}$, καταλειφθήσεται τὸ ἀπὸ ΕΓ ††), $\overset{\zeta}{M}\ \overline{\sigma\kappa\zeta}$, ὧν πλευρὰ τετραγωνικὴ $\overline{\sigma\xi\varepsilon}$ καὶ ἔτι μόριον ἐλάχιστον καὶ ἀνεπαίσθητον· λείπεται γὰρ ἡ τῶν $\overline{\sigma\xi\varepsilon}$ δύναμις τῆς ἀκριβοῦς μονάσιν $\overline{\beta}$. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκεινται.

---

e) Bas. διπλῆ.

f) Suppleo μείζονα ἤ.

†) Bas. πολυπλασιάσωμεν. G.

††) Pro ΕΓ leg. ed. Bas. $\overline{\varepsilon}$ G.

ἡ ΕΖ $\overline{\tau\varsigma}$
ἐπὶ $\overline{\tau\varsigma}$

$\overset{\vartheta}{M}$,α $\overline{\omega}$
,α $\overline{\omega\lambda\varsigma}$

$\overset{\vartheta}{M}$,γχλς

ἡ ΖΓ $\overline{\rho\nu\gamma}$
ἐπὶ $\overline{\rho\nu\gamma}$

$\overset{\alpha}{M}$,ε $\overline{\tau}$
,ϛ $\overline{\chi\nu}$
$\overline{\upsilon\nu\vartheta}$ *)

$\overset{\beta}{M}$,γ $\overline{\upsilon\vartheta}$

λοιπὸν τὸ ἀπὸ ΕΓ, $\overset{ϛ}{M}$ $\overline{\sigma\kappa ϛ}$.

τὰ δὲ $\overline{\sigma\xi\varepsilon}$ g)
ἐπὶ $\overline{\sigma\xi\varepsilon}$

$\overset{\delta}{M}\overset{\alpha}{M}$,β ,α
$\overset{\alpha}{M}$,β,γ $\overline{\chi\tau}$
,α $\overline{\tau\kappa\varepsilon}$

$\overset{ϛ}{M}$ $\overline{\sigma\kappa\varepsilon}$

λείπει ἄρα Μᵒ $\overline{\beta}$ εἰς τὸ ἀκριβές.

---

*) Pro ,ϛ $\overline{\chi\nu}$ et $\overline{\upsilon\nu\vartheta}$ malim ,ε ,β $\overline{\varphi\rho\nu}$ et $\overline{\tau\rho\nu\vartheta}$, ut infra, ubi eadem multiplicatio recurrit. Porro notandum hic venit, lineas, quibus hinc et alibi factores a factis separantur, deesse in edit. Bas., in qua productum signo ⊖ indicatur, quod Wallis semper omittit. G.

g) Restitui, ut vides, ea quae et depravata et confusa. Nempe, post multiplicationem ipsius *ΕΖ*, in se, in columna prima, atque ipsius *ΖΓ* in columna secunda; uti hic habentur: in columna tertia, sic erant confusa omnia.

λοιπὸν τὸ $\overset{\pi}{\underset{\alpha}{}}$ $\overline{\varepsilon\gamma}$ $\overset{ϛ}{M}$ $\overline{\sigma\kappa ϛ}$

τὰ δὲ $\overline{\sigma\xi\varepsilon\vartheta}$ $\overset{ϛ}{M}$ $\overline{\sigma\kappa\varepsilon}$

Τετμήσθω οὖν ἡ ὑπὸ ΖΕΓ δίχα τῇ ΕΗ· ἔστιν ἄρα ὡς [h]) *ἡ ΖΕ πρὸς ΕΓ, ἡ ΖΗ πρὸς ΗΓ.*

Διὰ τὸ τρίτον θεώρημα τοῦ ἕκτου βιβλίου τῆς Εὐκλείδου Στοιχειώσεως.

ἐπεὶ ἐξελείπει ἄρα Μ β
δ α
Μ Μ β α εἰς τὸ ἀκριβὲς
α
Μ β γ χτ
α τκε.

Quae sic saltem erant disponenda. Nempe linea prima ad praecedentes columnes spectat; reliquum in duas columellas distribuendum, (quarum posterior priori subjicienda intelligitur:) totumque sic emendandum.

λοιπὸν, τὸ ἀπὸ ΕΓ Μ σκζ

τὰ δὲ σξε	Μ σκε
ἐπὶ σξε	λείπει ἄρα Μ° β
δ α	
Μ Μ β α	εἰς τὸ ἀκριβές.
α	
Μ β γχτ·	
ατκε.	

Ego eo ordine disposui omnia, quem in textu vides.

h) Suppleo ὡς. W. Wallis hinc omisit articulum ἡ ante *ΖΕ*, quem itaque ex Archimed. et edit. Basil. rescribo. G.

Καὶ συνθέντι,

ὡς συναμφότερος ἡ ΖΕ, ΕΓ πρὸς ΕΓ, ἡ ΖΓ πρὸς ΓΗ.

Καὶ ἐναλλὰξ, ὡς συναμφότερος ἡ ΖΕ, ΕΓ πρὸς ΖΓ [i])*, ἡ ΕΓ πρὸς ΓΗ.*

Συναμφότερος δὲ ἡ ΖΕ, ΕΓ μείζων ἐστὶν ἤπερ φοα. (ἡ μὲν γὰρ ΖΕ ὑπόκειται τς· ἡ δὲ ΕΓ, σξε καὶ ἔτι μορίου τινός· ὥστε μεῖζόν εἰσι [k]) τῶν φοα·) ἡ δὲ ΖΓ ἐστὶ ρνγ. Συναμφότερος ἄρα ἡ ΖΕ, ΕΓ πρὸς ΖΓ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ φοα πρὸς ρνγ. Ὥστε καὶ ἡ ΕΓ πρὸς ΗΓ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ φοα πρὸς ρνγ.

Ἡ ΗΕ ἄρα πρὸς ΗΓ δυνάμει μείζονα [l]) *λόγον ἔχει, ἢ* [l]) *ὃν* $\overset{\lambda\delta}{M}$ *,θυν πρὸς* $\overset{\beta}{M}$ *,γυθ.*

Συναχθήσεται δὲ τοῦτο οὕτως. Ἐπεὶ γὰρ δέδεικται [m]), ἡ ΕΓ πρὸς ΓΗ μείζονα λόγον

---

i) Bas. ζη.

k) Bas. εἰσίν.

l) Suppleo μείζονα ἤ.

m) Bas. δέδοται.

ἔχουσα, ἥπερ φοα πρὸς ρνγ, εἴτις ὑποθοῖτο [n]) τὴν μὲν ΕΓ φοα, τὴν δὲ ΓΗ ρνγ; ἔσται τὸ μὲν ἀπὸ ΕΓ, $\overset{\lambda\beta}{M}$ ͵ςμα, τὸ δὲ ἀπὸ ΓΗ $\overset{\beta}{M}$ ͵γυθ· συναμφότερα δὲ, ἴσα ὄντα τῷ ἀπὸ ΕΗ, ἔσται $\overset{\lambda\delta}{M}$ ͵θυν· τούτων πλευρὰ τετραγωνικὴ φϙα ἡ [o]) ἔγγιστα, (ἐλλείπει γὰρ ὁ ἀπὸ τοῦ φϙα ἡ [o]) τετράγωνος, εἰς τὸ ἀκριβὲς, M° κα ς′ ιε ἔγγι-

n) εἴτις ὑποθοῖτο, (et similiter infra.) H. Stephanus, in Thesauri Appendice, in Anomalorum collectione Alphabetica, (quam et Scapula transcripsit,) haec habet: Θοίμην, θοῖο, θοῖτο *reperiri aiunt nonnulli, pro* θείμην, θεῖο, θεῖτο, *quae sunt Aor. 2. med. a verbo* τίθημι· *sed iis parum fidei adhibeo, quum apud Graecos Grammaticos et Lexicographos earum nullam repererim mentionem.* At hinc est Eutocii ὑποθοῖτο: saltem si mendum absit. Et quidem, in scriptoribus Mathematicis (quos Lexicographi forte non ita sedulo rimati sunt) multa passim occurrunt vocabula, quae apud Lexicographos frustra quaeras.

o) Pro φϙα ἴσον (Bas.) restituo φϙα ἡ W. Quare cl. Wallis hoc dicat; non video. In edit. enim Basil. non legitur φϙα ἴσον ἔγγιστα, sed φϙα ἡ ἔγγιστα. Infra vero φϙα ἴσον τετράγωνος. G.

στα,) ἡ ἄρα ΕΗ πρὸς ΗΓ δυνάμει μὲν μείζονα[p]) λόγον ἔχει, ἢ [p]) ὃν $\overset{\lambda\delta}{M}$ ͵ϑυν πρὸς $\overset{\beta}{M}$ ͵γυϑ, μήκει δὲ μείζονα ἢ ὃν φϑα η΄ [q]) πρὸς ρνγ. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκεινται.

ἡ ΕΓ φοα	ἡ ΗΓ ρνγ	φϑα η΄
ἐπὶ φοα	ἐπὶ ρνγ	ἐπὶ φϑα η΄
$\overset{\kappa\epsilon}{M}$ $\overset{\gamma}{M}$ ͵ε φ	$\overset{\alpha}{M}$ ͵ε τ	$\overset{\kappa\epsilon}{M}$ $\overset{\delta}{M}$ ͵εφξβ ∟
$\overset{\gamma}{M}$ ͵ε͵δϡο [r])	͵ε͵βφρν	$\overset{\delta}{M}$ ͵ε͵η ρϑια δ΄
φοα	τρνϑ	φϑα η΄.
$\overset{\lambda\beta}{M}$ ͵ς μα	$\overset{\beta}{M}$ ͵γυϑ	ξβ ∟ ια δ΄ η΄ ξδ΄ [s])
		$\overset{\lambda\delta}{M}$ ͵ϑυκη ∟ δ΄ ξδ΄ [t])

Ἐκ τούτων συνάγεται τὸ ἀπὸ ΕΗ, $\overset{\lambda\delta}{M}$ ͵ϑυν

Ἐλλείπει ἄρα τοῦ ἀκριβοῦς M° κας΄ ιε΄ ἔγγιστα.

p) Suppleo μείζονα ἢ.

q) Pro ὃν φϑα ἴσον ἔγγιστα (Bas.) rescribo, μείζονα ἢ ὃν φϑα η΄.

r) Bas. ͵δλο.

s) Bas. ξβ ∠ ια δ΄ ηξδ.

t) Pro υκη ∠΄ δ΄ ξδ (Bas.), rescribo $\overset{\lambda\delta}{M}$ ͵ϑυκηδ ΄ ξδ΄.

Πάλιν δίχα ἡ ὑπὸ ΗΕΓ τῇ ΘΕ. Διὰ τὰ αὐτὰ ἡ ΕΓ πρὸς ΓΘ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ͵αρξβ ἡ [u]) πρὸς ρνγ. Γίνεται γὰρ διὰ τὴν διχοτομίαν τῆς γωνίας, ὡς ἡ ΗΕ πρὸς ΕΓ, ἡ ΗΘ πρὸς ΘΓ. Καὶ συνθέντι, ὡς συναμφότερος ἡ ΗΕ, ΕΓ πρὸς ΕΓ, ἡ ΗΓ πρὸς ΓΘ· Καὶ ἐναλλὰξ, ὡς συναμφότερος ἡ ΗΕ, ΕΓ πρὸς ΗΓ, ἡ ΕΓ πρὸς ΓΘ. Καί ἐστιν ἡ μὲν ΕΓ φοα καὶ ἔτι μορίου [x]) τινός· ἡ δὲ ΕΗ φϑα ἡ [y]) καὶ ἔτι μορίου τινός. Μείζονες ἄρα εἰσὶν ἤπερ ͵αρξβ ἡ. Καί ἐστιν ἡ ΗΓ ρνγ. Συναμφότερος ἄρα ἡ ΗΕ, ΕΓ πρὸς ΗΓ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵αρξβ ἡ πρὸς ρνγ. Ὥς τε καὶ ἡ ΕΓ πρὸς ΓΘ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵αρξβ ἡ πρὸς ρνγ. [z])

λδ

W. M est etiam in edit. Bas. sed non suo loco; locum enim tenet ultimum in columna secunda; et ante numeros υκη ϛ' δ'ξδ est ϑ, pro ͵ϑ. G.

u) Bas. ͵αρξβ ἴσον.

x) Bas. μορίον.

y) Bas. εη φϑα.

z) Suppleo ὥς τε καὶ ἡ ΕΓ πρὸς ΓΘ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵αρξβ ἡ πρὸς ρνγ. Quod ex reliquorum analogia excidisse puto.

Ἡ ΘΕ ἄρα πρὸς ΘΓ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ͵αροβ ἡ [a]) πρὸς ρνγ.

Ἐπεὶ γὰρ δέδεικται ἡ ΕΓ πρὸς ΘΓ μείζονα λόγον ἔχουσα, ἤπερ ͵αρξβ ἡ πρὸς ρνγ. εἴ τις ὑποθοῖτο αὐτὰς οὕτως ἔχειν, ἔσται τὸ μὲν ἀπὸ ΕΓ $\overset{\rho\lambda\epsilon}{M}$ [b]) φλδ∠ξδ′ [c]), τὸ δὲ ἀπὸ ΓΘ $\overset{\beta}{M}$ ͵γυθ. Τὸ ἄρα ἀπὸ ΕΘ ἴσον ὂν τοῖς ἀπὸ ΕΓ, ΓΘ, ἔσται $\overset{\rho\lambda\varsigma}{M}$ ͵γ ϡ [d]) μγ∠ξδ′ [e]), ὧν πλευρὰ τετραγωνικὴ ͵αροβ ἡ ἔγγιστα [f]), λείπεται γὰρ τῆς ἀκριβοῦς δυνάμεως τὸ ἀπ' αὐτῆς Mº ξς∠ [g]). Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκεινται.

---

a) Bas. ἢ ὁ ͵αξβ ἡ.

b) Bas. $\overset{\rho\epsilon\lambda}{M}$.

c) Bas. φλδὶ ∠, ξ′δ′, non autem uti Wallis adfert. φλδ ὶ ξ′ δ′. G. —

d) Bas. λ. W. Non λ sed ϡ habet edit. Basil. G.

e) Bas. ξ′δ.

f) Suppleo ἡ ἔγγιστα.

g) Suppleo ∠.

ἡ ΕΓ ͵αρξβ ἡ
ἐπὶ ͵αρξβ ἡ

ρ ι ς
ΜΜΜ ͵βρκε
ι α
ΜΜ ͵ςσιβ ∠
ς
Μ ͵ς ͵γχρκζ ∠
͵βσρκδ δ′
ρμε δ′ ξδ′

ρλε
Μ φλδ ∠ ξδ′
τὸ ἀπὸ ΕΘ ἴσον τοῖς ἀπὸ ΕΓ, ΓΘ ἐστὶ
ρλζ
Μ ͵γ ϡ μγ ∠ ξδ′

ἡ ΘΓ ρνγ
ἐπὶ ρνγ

α
Μ ͵ετ h)
͵ε ͵βφρν
τρνθ

β
Μ ͵γυθ

͵αροβ ἡ
ἐπὶ ͵αροβ ἡ

ρ ι ζ
ΜΜΜ ͵βρκε i)
ι α
ΜΜ ͵ζσιβ ∠ k)
ζ
Μ ͵ζ ͵δϡδρμη ∠ δ′
͵βσρμδ δ′
ρμς ∠ ξδ′

ρλζ
Μ ͵γωοζ ξδ′ l)
ἐλλείπει ἄρα τοῦ ἀκριβοῦς Μ° ξς ∠ m)

h) Bas. μα ͵ετ.

i) Bas. ρμς ∠. Erroris occasio erat, quod multiplicaverint ἡ in ͵αροβ, cum oportuit tantum in ͵α. Hoc est $1/8$ in 1172, pro $1/8$ in 1000.

k) Bas. κα ∠ Similiter hic erratum est, ducendo ἡ in ροβ, cum ducendum esset in ρ. Atque ex his duobus erratis orta sunt duo sequentia.

l) Pro ͵γϡζ ∠ ξ′δ (Bas.) (loco non suo) repono (suo loco) Μ^ρλζ ͵γωοζ ξδ′. W. In edit. Bas. etiam est Μ^ρλ pro Μ^ρλζ. G.

m) Bas. λς. Erantque haec quatuor calculi magis quam

Ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΘΕΓ τῇ ΕΚ. Ἡ ΕΓ ἄρα πρὸς ΓΚ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ͵βτλδ δ′ πρὸς ρνγ.

Πάλιν γάρ, διὰ τὴν διχοτομίαν τῆς ὑπὸ ΘΕΓ γωνίας, ἔστιν, ὡς ἡ ΘΕ πρὸς ΕΓ, ἡ ΘΚ πρὸς ΓΚ. Καὶ συνθέντι, ὡς συναμφότερος ἡ ΘΕ,ΕΓ πρὸς ΕΓ, ἡ ΘΓ πρὸς ΓΚ. Ἐναλλάξ, ὡς συναμφότερος ἡ ΘΕ,ΕΓ πρὸς ΘΓ, ἡ ΕΓ πρὸς ΓΚ. Καὶ ἐπεὶ δέδεικται ἡ ΘΕ ͵αροβ ἡ καὶ ἔτι μορίου τινός· ἡ δὲ ΕΓ ͵αρξβ ἡ καὶ ἔτι μορίου τινός· n) συναμφότερος ἄρα ἡ ΘΕ,ΕΓ μείζων ἐστὶν ἢ †) ͵βτλδ δ′. Καὶ ὑπόκειται ἡ ΘΓ ρνγ. Συναμφότερος ἄρα ἡ ΘΕ,ΕΓ πρὸς ΘΓ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵βτλδ δ′ πρὸς ρνγ.

---

calami errata. Adeoque vel ipsius Eutocii, vel (quod potius putaverim) scioli cujusdam, qui, quod falso suspicatus est, emendare satagens, mendum induxit.

n) Suppleo *ἡ δὲ ΕΓ ͵αρξβ ἡ καὶ ἔτι μορίου τινός*, quae exciderant (quod saepe fit) occasione vocum similium iterato recurrentium.

†) Bas. *ἐστί, ͵βτλδ δ′*. G.

Ὥςτε καὶ ἡ ΕΓ πρὸς ΓΚ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,βτλδ δ΄ προς $\overline{\rho\nu\gamma}$. [o])

'Η ΕΚ ἄρα πρὸς τὴν ΓΚ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ,βτλϑ δ΄ πρὸς $\overline{\rho\nu\gamma}$.

Πάλιν γάρ, ἐπεὶ ὑπόκειται ἡ μὲν ΕΓ ,β$\overline{\tau\lambda\delta}$ δ΄, ἡ δὲ ΓΚ $\overline{\rho\nu\gamma}$· ἔσται τὸ μὲν ἀπὸ ΕΓ $\overset{\varphi\mu\delta}{M}$,ηψ$\overline{\kappa\gamma}$ ιϛ΄ [p])· τὸ δὲ ἀπὸ ΓΚ $\overset{\beta}{M}$,γ$\overline{\upsilon\vartheta}$· τούτοις δὲ ἴσον ἐστὶ τὸ ἀπὸ ΚΕ· ἔσται ἄρα $\overset{\varphi\mu\zeta}{M}$,βρ$\overline{\lambda\beta}$ ιϛ΄. [q]) ὧν πλευρὰ τετραγωνικὴ ἔγγιστα ,β$\overline{\tau\lambda\vartheta}$ δ΄ λείπει γὰρ τὸ ἀπ' αὐτῆς τοῦ ἀκριβοῦς Μ°. μα∠. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκεινται.

---

o) Suppleo ὥστε καὶ ἡ ΕΓ πρὸς ΓΚ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ βτλδ δ΄ προς $\overline{\rho\nu\gamma}$.

p) Bas. $\overset{\varphi\nu\delta\eta}{M}$. ψ$\overline{\kappa\gamma}$ ιϛ΄.

q) Bas. $\overset{\varphi\nu\zeta}{M}$,β ρα$\overline{\beta}$ ιϛ΄.

ἡ ΕΓ $\overline{,\beta\tau\lambda\delta}$ δ′ ἐπὶ $\overline{,\beta\tau\lambda\delta}$ δ′

$\overset{\upsilon}{M}\overset{\xi}{M}\overset{\varsigma}{M}M\,\overline{,\eta\varphi}$

$\overset{\xi}{M}\overset{\vartheta}{M}\,\overline{,\vartheta,\alpha\sigma o\varepsilon}$

$\overset{\varsigma}{M}\,\overline{,\vartheta}$ ϡ $\overline{\rho\kappa\zeta}$ ∠

$\overline{,\eta,\alpha\sigma\rho\kappa\iota\varsigma\alpha}$

$\overline{\varphi\pi\gamma}$ ∠ ιϛ′

$\overset{\varphi\mu\delta}{M}\,\overline{,\eta\psi\kappa\gamma}$ ιϛ′

Ἐκ τούτων συνάγεται τὸ ἀπὸ ΕΚ $\overset{\varphi\mu\zeta}{M}\,\overline{,\beta\rho\lambda\beta}$ ιϛ′.

ἡ ΓΚ $\overline{\rho\nu\gamma}$ ἐπὶ $\overline{\rho\nu\gamma}$

$\overset{\alpha}{M}\,\overline{,\varepsilon\tau}$

$\overline{,\varepsilon,\beta\varphi\rho\nu}$

$\overline{\tau\rho\nu\vartheta}$

$\overset{\beta}{M}\,\overline{,\gamma\upsilon\vartheta}$

$\overline{,\beta\tau\lambda\vartheta}$ δ′ ἐπὶ $\overline{,\beta\tau\lambda\vartheta}$ δ′

$\overset{\upsilon}{M}\overset{\xi}{M}\overset{\varsigma}{M}\overset{\alpha}{M}M\,\overline{,\eta\varphi}$ r)

$\overset{\xi}{M}\overset{\vartheta}{M}\,\overline{,\vartheta,\beta\psi o\varepsilon}$

$\overset{\varsigma}{M}\,\overline{,\vartheta}$ ϡ $\overline{\sigma o\zeta}$ ∠

$\overset{\alpha}{M}\,\overline{,\eta,\beta\psi\sigma o\pi\alpha\beta}$ δ′

$\overline{\varphi\pi\delta}$ ∠ δ′ ιϛ′

$\overset{\varphi\mu\zeta}{M}\,\overline{,\beta}$ ϛ ∠ ιϛ′

ἐλλείπει ἄρα τοῦ ἀκριβοῦς $\overset{o}{M}$ $\overline{\mu\alpha}$ ∠.

Ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΚΕΓ τῇ ΕΛ. Ἡ ΕΓ ἄρα πρὸς ΓΛ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ τὰ $\overline{,\delta\chi o\gamma}$ ∠ πρὸς ρνγ.

Πάλιν γάρ, διὰ τὴν διχοτομίαν τῆς γωνίας, ἐστὶν, ὡς ἡ ΚΕ πρὸς ΕΓ, ἡ ΚΛ πρὸς ΛΓ· καὶ συνθέντι, ὡς συναμφότερος ἡ ΚΕ,ΕΓ πρὸς ΕΓ,

r) Bas. κφ.

ἡ ΚΓ πρὸς ΓΔ· ἐναλλάξ, ὡς συναμφότερος ἡ ΚΕ,ΕΓ πρὸς ΓΚ, ἡ ΕΓ πρὸς ΔΓ. Καί ἐστιν ἡ μὲν ΚΕ ‚βτλθ δ′ καὶ ἔτι μορίου τινός· ἡ δὲ ΕΓ ‚βτλδ δ′ καὶ ἔτι μορίου τινός· †) συναμφότερος ἄρα ἡ ΚΕ,ΕΓ μείζων ἢ ˢ) ‚δχογ ∠. Καί ἐστιν ἡ ΚΓ ρνγ. Συναμφότερος ἄρα ἡ ΚΕ,ΕΓ πρὸς ΚΓ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ‚δχογ ∠ πρὸς ρνγ. Ὡς δὲ συναμφότερος ἡ ΚΕ, ΕΓ προς ΚΓ, οὕτως ἡ ΕΓ πρὸς ΓΔ. Καὶ ἡ ΕΓ ἄρα πρὸς ΓΔ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ‚δχογ ∠ πρὸς ρνγ.

Ἐπεὶ οὖν ἡ ὑπὸ ΖΕΓ, τρίτον οὖσα ὀρθῆς,

δωδέκατον μέρος ἐστὶ τῶν τεσσάρων ὀρθῶν· ταύτης δὲ ἡμίσεια ἡ ὑπὸ ΗΕΓ, εἰκοστοτέταρτον ἂν εἴη· ταύτης δὲ ἡμίσεια ἡ ὑπὸ ΘΕΓ, ὥστε μή ᵗ) ἐστί· ταύτης δὲ ἡμίσειά ἐστιν ††) ἡ ὑπὸ

---

†) τινός deest in edit. Basil. G.

s) Suppleo ἤ.

t) Bas. μη pro μή, et ϙς pro ϙς′. W. — et ρϙβ pro ρϙβ′. G.

††) Basil. ἐστί. G.

ΚΕΓ, ϟϛ΄ ἄρα ἐστὶν [u]), ἧς ἡμίσεια οὖσα ἡ ὑπὸ ΛΕΓ, ρϟβ΄ ἐστί.

Κείσθω οὖν,

φησι,

ἴση αὐτῇ ἡ ὑπὸ ΓΕΜ, καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ ΖΓ ἐπὶ τὸ Μ.

Ἡ ἄρα ὑπὸ ΛΕΜ, διπλασία οὖσα τῆς ὑπὸ ΛΕΓ, ϟϛ΄ ἐστὶ τῶν τεσσάρων ὀρθῶν. Ὥστε καὶ ἡ ΛΜ πλευρά ἐστι τοῦ περὶ τὸν κύκλον περιγραφομένου πολυγώνου πλευρὰς ἔχοντος ϟϛ.

Ἐπεὶ οὖν ἡ ΕΓ πρὸς τὴν ΓΛ δέδεικται μείζονα λόγον ἔχουσα, ἤπερ ͵δχογ∠ πρὸς ρνγ· καί ἐστι τῆς μὲν ΕΓ διπλῆ [x]) ἡ ΑΓ, τῆς δὲ ΛΓ ἡ ΛΜ· καὶ ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς ΛΜ μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ, δχογ∠ πρὸς ρνγ. Ἀνάπαλιν ἄρα ἡ ΛΜ πρὸς ΑΓ ἐλάττονα λόγον ἔχει, ἤπερ ρνγ πρὸς, ͵δχογ∠. Καὶ ἐπεὶ ἡ ΛΜ πολυγώνου ἐστὶ πλευρὰ τοῦ πλευρὰς ἔχοντος ϟϛ, ἡ περίμετρος ἄρα τοῦ πολυγώνου ἐστὶ $\overset{\alpha}{\text{Μ}}$ ͵δχπη· (ὁ γὰρ ϟϛ ἐπὶ τὸν ρνγ πολυπλασιαζόμενος τοῦτον ποιεῖ.) Ἡ περίμετρος ἄρα τοῦ πολυγώνου πρὸς

u) Bas. ἐστὶν pro ἐστί. W. — Bas. ἐστὶ pro ἐστίν, quod rescribo. G.

x) Bas. διπλῇ.

τὴν ΑΓ διάμετρον ἐλάττονα λόγον ἔχει, ἤπερ $\overset{\alpha}{M}$ ͵δχπη πρὸς ͵δχογ∠. Ἡ περίμετρος ἄρα τοῦ πολυγώνου τῆς διαμέτρου τοῦ κύκλου ἐστὶ τριπλασία, καὶ ἔτι ὑπερέχει Μ°. χξζ∠· ταῦτα δὲ ἐλάττονά ἐστι τοῦ ἑβδόμου τῆς διαμέτρου μιᾶς μονάδος ἑβδόμῳ μέρει· (τὰ γὰρ ἑπταπλάσια τῶν χξζ∠, ἅπερ ἐστὶ ͵δχοβ∠, ἐλάττονά ἐστι τῆς διαμέτρου Μ°. α.) Ἐπεὶ οὖν τὸ πολύγωνον ἔλαττόν ἐστιν ἢ τριπλάσιον καὶ ἔτι ἑβδόμῳ ὑπερέχον, ἡ δὲ περίμετρος τοῦ κύκλου ἐλάσσων ἐστὶ τῆς τοῦ πολυγώνου· πολλῷ ἄρα ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια τῆς διαμέτρου ἐστὶ τριπλασία, καὶ ἔτι ὑπερέχει ἔλασσον ἢ ἑβδόμῳ μέρει.

Εἰς τὸ λοιπὸν μέρος τοῦ γ̄ θεωρήματος. †)

y) Ἑξῆς δὲ κατασκευάζων τὸ λοιπὸν μέρος τοῦ θεωρήματος φησὶ,

---

†) Suppleo ex sequentibus *Εἰς τὸ λοιπὸν μέρος τοῦ γ̄ θεωρήματος.* G.

y) Deleo ante hanc lineam, quod habet codex Basilensis, *εἰς τὸ Δ θεώρημα·* non enim hic sequitur Theorema quartum; sed tertii pars posterior: ut ex Eutocii proximis verbis liquet.

Ἔστω κύκλος περὶ διάμετρον τὴν ΑΓ, καὶ τρίτον [z]) *ὀρθῆς ἡ ὑπὸ ΒΑΓ.* *)

Τοῦτο δὲ ἔσται, ἐὰν ἀπὸ τοῦ Γ τῇ [a]) τοῦ ἑξαγώνου περιφερείᾳ [b]) ἴσην ἀπολαβόντες τὴν ΓΒ ἐπιζεύξωμεν τὴν ΑΒ. Ἡ γὰρ ἐπὶ τῆς τοῦ ἑξαγώνου περιφερείας βεβηκυῖα γωνία πρὸς μὲν τῷ κέντρῳ [c]), δίμοιρόν [d]) ἐστιν ὀρθῆς· πρὸς δὲ τῇ περιφερείᾳ, τρίτον. [e])

Ἐπεὶ οὖν ὀρθή ἐστιν ἡ ὑπὸ ΑΒΓ, τρίτον [f]) δὲ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ· δίμοιρον [g]) ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΑΓΒ. Ἐὰν ἄρα προςεκβάλλοντες τὴν ΓΒ ἐπὶ τὸ Β, καὶ ἴσην αὐτῇ [h]) ἀπολαβόντες, ἀπὸ τοῦ

---

z) Bas. τρίτου.

*) Recedit hic Eutocius ab Arch., qui, Ἔστω κύκλος, καὶ διάμετρος ἡ ΑΓ, ἡ δὲ ὑπὸ ΒΑΓ τρίτον ὀρθῆς, habet. G.

a) Bas. τῇ, et similiter saepius.

b) Suppleo περιφερείᾳ.

c) Bas. τῷ κέντρω.

d) Bas. διμοίρου.

e) Bas. τῇ περιφερεία τρίτου.

f) Bas. τρίτου.

g) Bas. διμοίρου.

h) Bas. αὐτῇ.

Α ἐπιζεύξωμεν, ἰσόπλευρον ἔσται τὸ τρίγωνον. Καὶ, διὰ τὸ τὴν ΑΒ κάθετον διχοτομεῖν τὴν βάσιν, διπλῆ [i]) ἐστιν ἡ ΑΓ τῆς ΓΒ. Ἐὰν οὖν πάλιν λάβωμεν τὴν ΑΓ ,αφξ̄, ἔσται ΓΒ ἡ ψπ̄. Καὶ τὸ μὲν ἀπὸ ΑΓ ἔσται $\overset{\sigma\mu\gamma}{M}$,γχ̄ †), τὸ δὲ ἀπὸ ΓΒ $\overset{\xi}{M}$,ηῡ. Καὶ ἐὰν ἀφέλωμεν τὸ ἀπὸ ΓΒ ἀπὸ τοῦ ἀπὸ [k]) ΑΓ, λοιπὸν καταλειφθήσεται τὸ ἀπὸ ΑΒ $\overset{\rho\pi\beta}{M}$,εσ̄, ὧν πλευρὰ τετραγωνικὴ ,ατνα̅ ἔγγιστα· (περιττεύει γὰρ τὸ ἀπ' αὐτῆς τοῦ ἀκριβοῦς Μ°. ᾱ.) Διό φησιν,

ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἡ ΑΒ πρὸς ΒΓ, ἤπερ ,ατνα πρὸς ψπ.

Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκειναι.

---

i) Bas, διπλῇ.

†) Bas. $\overset{\varsigma\mu\gamma}{M}$ pro $\overset{\sigma\mu\gamma}{M}$. G.

k) Pro ἀπὸ τοῦ ΑΓ (Bas.) rescribo ἀπὸ τοῦ ἀπὸ ΑΓ.

ἡ ΑΓ $͵\overline{\alpha\varphi\xi}$
ἐπὶ $͵\overline{\alpha\varphi\xi}$

$\overset{\rho}{M}\overset{\nu}{M}\overset{\varsigma}{M}$
$\overset{\nu}{M}\overset{\kappa\varepsilon}{M}\overset{\gamma}{M}$
$\overset{\varsigma}{M}\overset{\gamma}{M}$ $͵\gamma\overline{\chi}$

$\overset{\sigma\mu\gamma}{M}$ $͵\gamma\,\overline{\chi}$

ἡ ΓΒ $\overline{\psi\pi}$
ἐπὶ $\overline{\psi\pi}$

$\overset{\mu\vartheta}{M}$[l]) $\overset{\varepsilon}{M}$ $͵\varsigma$
$\overset{\varepsilon}{M}$ $͵\varsigma\,͵\varsigma\,\overline{\upsilon}$

$\overset{\xi}{M}$ $͵\eta\,\overline{\upsilon}$

$͵\alpha\,\overline{\tau\nu\alpha}$
ἐπὶ $͵\alpha\,\overline{\tau\nu\alpha}$

$\overset{\rho}{M}\overset{\lambda}{M}\overset{\varepsilon}{M}$ $͵\alpha$
$\overset{\lambda}{M}\overset{\vartheta}{M}\overset{\alpha}{M}$ $͵\varepsilon\,\overline{\tau}$
$\overset{\varepsilon}{M}\overset{\alpha}{M}$ $͵\varepsilon\,͵\beta\,\overline{\varphi\nu}$

$͵\alpha\,\overline{\tau\nu\alpha}$

$\overset{\rho\pi\beta}{M}$ $͵\varepsilon\sigma\alpha$

ἂν ἀφέλωμεν τὸ ἀπὸ ΒΓ ἀπὸ τοῦ ἀπὸ ΑΓ[m]), καταλείπονται $\overset{\rho\pi\beta}{M}$ $͵\varepsilon\overline{\sigma}$.

περιττεύει τοῦ ἀκριβοῦς Μ°. $\overline{\alpha}$.

Τετμήσθω δίχα ἡ ὑπὸ ΒΑΓ τῇ ΑΖΗ. Ἐπεὶ οὖν ἴση †) ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΒΑΗ τῇ ὑπὸ ΗΓΒ,

---

l) Bas. $\overset{\vartheta}{M}$.

m) ἀπὸ τοῦ ἀπὸ ΑΓ pro ἀπὸ τοῦ ΑΓ. (Bas.)

†) Apud Wallis. ἴση deest, quod itaque ex Archimede et edit. Bas. suppleo. G.

(ἐπὶ γὰρ τῆς αὐτῆς περιφερείας βεβήκασιν·)

ἀλλὰ καὶ τῇ ὑπὸ ΗΑΓ καὶ ἡ ὑπὸ ΗΓΒ ἄρα τῇ ὑπὸ ΗΑΓ††) ἐστιν ἴση. Καὶ κοινὴ ἡ ὑπὸ ΑΗΓ ὀρθή. Καὶ λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ ΗΖΓ λοιπῇ τῇ n) ὑπὸ ΑΓΗ ἐστιν ἴση. Ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ ΑΗΓ τρίγωνον τῷ ΓΗΖ τριγώνῳ. Ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ΑΗ πρὸς ΗΓ, ἡ ΓΗ πρὸς ΗΖ, καὶ ἡ ΑΓ πρὸς ΓΖ.

Τῶν γὰρ ἰσογωνίων τριγώνων ἀνὰ λόγον εἰσὶν αἱ πλευραὶ, καὶ ὁμόλογοι αἱ ὑπὸ τὰς ἴσας γωνίας ὑποτείνουσαι.

Ἀλλ' ὡς ἡ ΑΓ πρὸς ΓΖ, συναμφότερος ἡ ΓΑΒ πρὸς ΓΒ, καὶ ὡς o) συναμφότερος ἄρα ἡ ΒΑΓ πρὸς ΒΓ, ἡ ΑΗ πρὸς ΗΓ.

---

††) Rescribo, sensu postulante, ex Arch. et edit. Bas. ΗΑΓ pro ΑΗΓ.

n) Bas. λοιπὴ τῇ.

o) Suppleo (ex Archimede) ὡς συναμφότερος ἄρα ἡ ΒΑΓ πρὸς ΒΓ.

Ἐπεὶ [p]) γὰρ ἡ ὑπὸ ΒΑΓ γωνία δίχα τέτμηται ὑπὸ τῆς ΑΖ, ἔστιν ὡς ἡ ΒΑ πρὸς ΑΓ, ἡ ΒΖ πρὸς ΖΓ, καὶ συνθέντι, ὡς συναμφότερος ἡ ΒΑ,ΑΓ πρὸς ΑΓ, ἡ ΒΓ πρὸς ΓΖ· καὶ ἐναλλάξ, ὡς συναμφότερος ἡ ΒΑ,ΑΓ πρὸς ΒΓ, ἡ ΑΓ πρὸς ΓΖ. Καί ἐστιν †) ἡ μὲν ΑΒ ἐλάσσων ἢ ͵ατνα· ἡ δὲ ΑΓ ͵αφξ· ἡ δὲ ΒΓ ψπ. Συναμφότερος ἄρα ἡ ΑΒ,ΑΓ [q]) πρὸς ΒΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵β ϡια πρὸς ψπ. Καὶ ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς ΓΖ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵β ϡια πρὸς ψπ. Ὡς δὲ ἡ ΑΓ πρὸς ΓΖ, ἡ ΑΗ πρὸς ΗΓ· καὶ ἡ ΑΗ ἄρα πρὸς ΗΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵β ϡια πρὸς ψπ. Διὰ οὖν ταῦτα ἔσται τὸ μὲν ἀπὸ ΑΗ $\overset{\omega\mu\zeta}{M}$ ͵γ ϡκα· τὸ δὲ ἀπὸ ΗΓ $\overset{\xi}{M}$ ͵ηυ. Καί ἐστιν αὐτοῖς ἴσον τὸ ἀπὸ ΑΓ. καὶ αὐτὸ ἄρα ἐστὶ $\overset{ϡη}{M}$ ͵βτκα [r]), ὧν πλευρὰ τετραγωνικὴ ͵γιγ ∟ δ′ ἔγγιστα· (ὑπερέχει γὰρ τὸ ἀπ᾽ αὐτῆς ἀκριβοῦς δυνάμεως M°. τξη ιϛ′.) Διὰ

p) Bas. ἐπί.

†) Bas. ἔστι.

q) Bas. ΑΒ,ΒΓ.

r) Pro ϡ $\overset{\mu}{\mu}$ (Bas.), rescribo $\overset{ϡη}{M}$. W. — In ed. Bas. hic legitur $\overset{ϡη}{M}$, non autem ϡ $\overset{\mu}{\mu}$, ut Wallis notat. G.

ταῦτα οὖν φησιν, ὅτι ἡ ΑΓ πρὸς ΓΗ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,γιγ∠δ' πρὸς ψπ. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκεινται.

ἡ ΑΗ ,βϡια	ὁ ΗΓ ψπ	,γιγ∠δ'
ἐπὶ ,βϡια	ἐπὶ ψπ	ἐπὶ ,γιγ∠δ'
υ ρπ β MMM ,β	μθ ε MM ,ς	ϡ γ MM ,θ ,α φψν
ρπ πα MM ,θϡ	ε M ,ς ,ςυ	γ M ρλεβ ∠
β M ,θρι	ξ M ,ηυ	,θλθα ∠ ∠ δ'
,βϡια		,αφς †) ∠ δ' η'
ωμζ M ,γϡκα		ψνγ *) δ' η' ις'
		ϡη M ,βχπθ ις'

τὰ ἀπὸ τῶν ΑΗ,ΗΓ
ϡη
M *) ,βτκα.

ὑπερέχει τοῦ ἀκριβοῦς M°. τξη ις'.

---

†) Pro ,α φς malim ,α φια. G.

*) Pro ψνγ malim ψνβ ∠∠. G.

Δίχα ἡ ὑπὸ ΓΑΗ τῇ ΑΘ.

Διὰ οὖν τὴν διχοτομίαν τῆς γωνίας, πρὸς τὴν ὁμοιότητα τῶν τριγώνων, παὶ ἀναλογίαν τῶν πλευρῶν, καὶ τὸ συνθέντι, καὶ ἐναλλάξ, ἔστιν, ὡς συναμφότερος ἡ ΗΑΓ πρὸς ΗΓ ἡ ΑΘ πρὸς ΘΓ. Καὶ ὑπέκειτο ἡ μὲν ΑΗ ἐλάσσων †) ἢ ͵β ℳ ια, ἡ δὲ ΑΓ ἐλάσσων †) ἤπερ ͵γιγ ∠ δ'· συναμφότερος ἄρα ἡ ΗΑ,ΑΓ ἐλάσσων †) ἐστὶν ἢ ͵ε ℳ κδ ∠ δ'. Ἡ δὲ ΗΓ ἐστι ψπ. Συναμφότερος ἄρα ἡ ΗΑ s) ΑΓ πρὸς ΗΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵ε ℳ κδ ∠ δ' πρὸς ψπ. Ὥστε καὶ ἡ ΑΘ πρὸς ΘΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ, ͵ε κδ t) ∠ δ' πρὸς ψπ. Ὥστε ἡ ΑΘ πρὸς ΘΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ υνε ∠ δ' πρὸς ξ. (ἑκάτερα γὰρ ἑκατέρων u) ἐστὶν μέρος ιγ'.) Καί, τὰ τούτων τετραπλάσια, ἡ ΑΘ πρὸς ΘΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ͵αωκγ πρὸς σμ. Διὰ τοῦτο γάρ φη-

---

†) Rescribo ἐλάσσων pro ἔλασσον. G. —

s) Pro ρα (Bas.) rescribo ηα.

t) Bas. λ pro ℳ.

σιν, ὅτι ἑκάτερα ἑκατέρων [u]) ἐστὶ $\overline{\delta}$ [x]) ιγ'. Καὶ ἐπεὶ ἡ ΑΘ ἔστιν ,αωκγ, τὸ ἄρα ἀπ' αὐτῆς ἐστι $\overset{\tau\lambda\beta}{M}$,γτκθ [y]). Ἔστι δὲ καὶ ἡ ΘΓ σμ· καὶ τὸ ἀπ' αὐτῆς $\overset{\varepsilon}{M}$,ϛχ. καί ἐστι τοῖς ἀπὸ ΑΘ, ΘΓ ἴσον τὸ ἀπὸ ΑΓ· ἔσται ἄρα $\overset{\tau\lambda\eta}{M}$ ϡκθ, ὧν πλευρὰ τετραγωνικὴ ,αωλη θ ια' [z]) ἔγγιστα (τὸ γὰρ ἀπ' αὐτῆς ὑπερέχει τοῦ ἀκριβοῦς M°. τκγ [a]) ἐγγύς.) Ὥστε ἡ ΑΓ πρὸς ΘΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,αωλη θ ιά πρὸς σμ. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκεινται.

---

u) Bas. ἑκατέρας. —

x) $\overline{\delta}$ ιγ' pro δ' ιγ' (Bas.) h. e. $\frac{4}{13}$ pro $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{13}$.

y) Pro ,γϡκθ (Bas.), rescribo ,γτκθ.

z) Bas. ,αωλη θ' ια' W. Voc. ἔγγιστα etiam deest in ed. Bas.

a) Bas. τκα.

ἡ ΑΘ ,αωκγ
ἐπὶ ,αωκγ

ρ π β
MMM,γ
π ξδ α
MMM,ς,βυ
β α
MM,ςυξ
,γ,βυξϑ

τλβ
M,γτκϑ

Τούτοις ἴσον τὸ ἀπὸ ΑΓ ἔστι τλη M ϡκϑ. †)

ἡ ΘΓ σμ
ἐπὶ σμ

δ
M,η
,η,αχ

ε
M,ϛχ

,α ωλη ϑ ιά b)
ἐπὶ ,αωλη ϑ ιά

ρ π γ ια
MMM,ηωιη β
π ξδ β ια
MMM,δ,ςυχνδ ς
γ β ια
MM,δϡσμκδ ς
ια
,η,ςυσμξδς ς *)
ια ια
ωιη β χνδ ς
ια ια ρκα
κδ ς ς ς πα

τλη ια ρκα
M,ασνα ϛ πα,
τλη ρκα
ἡ, M,ασνβλϛ, ὑπερέχει ἄρα τοῦ ἀκριβοῦς M°. τκγ ἐγγύς.

†) In ed. Bas. numerus τλη M ϡ κϑ verbo ἔστι praecedit.

b) Columnam ultimam in integrum restituo. Quippe cum, sive ipse Eutocius, sive librarii, numerum αωλη ϑ' ιά pro αωλη ϑ ιά perperam posuissent, (h. e., 1838 1/9 1/11 pro 1838 9/11) Multiplicationem numero sic perperam intellecto accomodabant, sed et

Ἔτι δίχα ἡ ὑπὸ ΘΑΓ γωνία τῇ ΚΑ.

Πάλιν οὖν διὰ τὴν διχοτομίαν τῆς γωνίας, καὶ τὴν ὁμοιότητα τῶν τριγώνων, καὶ τὴν ἀναλογίαν τῶν πλευρῶν, καὶ τὸ συνθέντι, καὶ ἐναλλάξ, ἔστιν, ὡς συναμφότερος ἡ ΘΑ,ΑΓ πρὸς

---

eam multis in locis habemus depravatam, sic (ad eorum mentem) corrigendam. Nempe

,αωλη ϑ' ιά
ἐπὶ ,αωλη ϑ' ιά

ρ π γ ιᾳ
ΜΜΜ ,ηρ ια ϑ' (∠ιά) legendum ϟ ι

π ξ̄δ λβ ϑ — β ϑ ια
ΜΜ (Μ ἀϛϋπη Μοβη) leg. Μ,δ,ϛυπη η οβ η

γ β — ϑ ια
Μ Μ,δ Ϡ σμγ γ β (ια) leg. η

ϑ ια
,η,ϛυσμξδ η η

ϑ ϑ ϑ ϑ ϑ
ριαϑ' πη η (γ γ γ η πα,ϛϑ') leg. γ γ η πά ϟ ϑ'

ια ια
(ϛ ιά ο β η α) leg. ϟ ι οβ η

η α — ια ια
(β α ί η ϛ ϑ ρ κ α) leg. β η η ϟ ϑ' ρκά

τλη τλη
(Μ ,α σ ν α γ ο ε ρ ε γ γ υ σ) leg. Μ ,ασνα ἐγγύς.

ΓΘ, ἢ ΑΚ πρὸς ΚΓ. Ἀλλὰ συναμφότερος ἡ

H. e. secundum notationem nostram

$1838\ \frac{1}{9}\ \frac{1}{11}$

$1838\ \frac{1}{9}\ \frac{1}{11}$

---

1 . . . .
8 . . . . .
3 . . . .
8 . . .
$111\frac{1}{9}$
$90\frac{10}{11}$
8 . . . . .
64 . . . .
24 . . .
64 . .
$88\frac{8}{9}$
$72\frac{8}{11}$
3 . . . .
24 . . .
9 . .
24 .
$3\frac{3}{9}$
$2\frac{8}{11}$
8 . . .
64 . .
24 .
$64\frac{8}{9}\frac{8}{11}$
$111\frac{1}{9}$
$88\frac{8}{9}$
$3\frac{3}{9}\ \frac{8}{9}\ \frac{1}{81}\ \frac{1}{99}$
$90\frac{10}{11}$
$72\frac{8}{11}$
$2\frac{8}{11}\ \frac{8}{11}\ \frac{1}{99}\ \frac{1}{121}$

Qu. 3381251 proxime.

Manifestum utique est (ex productis partialibus)

ΘΑ,ΑΓ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ ,γχξα ϑ ια΄ c). (ἐπειδὴ ἡ μὲν ΘΑ ὑπόκειται ἐλάσσων ἢ d) ,αωκγ· ἡ δὲ ΑΓ ἐλλάσσων ἢ d) ,αωλη ϑ ιά· e) ἔστι δὲ καὶ ἡ ΘΓ σμ. Συναμφότερος ἄρα ἡ ΘΑ,ΑΓ, πρὸς ΘΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,γχξα ϑ ια΄ e) πρὸς σμ· ὥστε καὶ ἡ ΑΚ πρὸς ΚΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,γχξα ϑ ια΄ e)

---

numerum quem hic in se multiplicatum ibant, fuisse 1838 1/9 1/11: cujus quadratum est 3378986 4/9 2/11 1/81 2/99 1/121. Cum vero, pro hoc, substituant 3381251 proxime; dicantque hunc numerum justo majorem esse, unitatibus 321 proxime: manifestum est, numerum, qui fuerat multiplicandus, fuisse 1838 9/11; qui in se ductus facit 3381251 7/11 81/121 (h. e. Μ τλη ,ασνα ἐγγύς.) seu 3381252 37/121: justumque superat unitatibus 323 proxime. Locum depravatum credo a sciolo quodam, qui pro numero fracto ϑ ια΄ (h. e. 9/11) perperam intelligens ϑ΄ ια΄ (h. e. 1/9 1/11) huic multiplicationem accomodavit. Ego integrum sic restituo, ut in textu vides. —

*) Pro η ϛυσμξδ ϛ ια (ed. Bas. et Wallis) scribo sensu postulante η ϛυσμξδϛ ϛ ια, i. e. 14710 6/11 pro 14704 6/11. G. —

c) Bas. ,γ χξαϑ ι α΄. —

d) Suppleo ἐλάσσων ἢ. —

e) Bas. ϑ΄ ια΄. —

πρὸς σμ. Καὶ ἐπεὶ f) τῶν μὲν ,γχξα, ϑ ιά g) τὸ ια μ' g) ἔστι ,αζ· τῶν δὲ σμ, ξς· ἡ ΑΚ ἄρα πρὸς ΚΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ †) ,αζ πρὸς ξς· Καί ἐστι τὸ μὲν ἀπὸ ΑΚ Mρα ,δμϑ· τὸ δὲ ἀπὸ ΚΓ ,δτνς· οἷς ἴσον ὂν τὸ ἀπὸ ΑΓ ἔστι Mρα ,ηυε· ὧν πλευρὰ τετραγωνικὴ ,αϑ ς' ἔγγιστα· (ὑπερέχει γὰρ τοῦ ἀκριβοῦς τὸ ἀπ' αὐτῆς M°. ιβ γ' λς'. h) Ἡ ΑΓ ἄρα πρὸς ΓΚ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ, ,αϑς' πρὸς ξς. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκεινται.

---

f) Bas. ἐπί. —

g) Pro (Bas.) τὸ ια' καὶ μ' (h. e. 1/11 et 1/40) restituo τὸ ια μ', h. e. 11/40. —

†) Pro ἢ (Wallis) rescribo ex edit. Basil. ἤπερ· —

h) Suppleo ὑπερέχει γὰρ τοῦ ἀκριβοῦς τὸ ἀπ' αὐτῆς M°. ιβ γ' λς'.

ἡ ΑΚ ,αζ	ἡ ΚΓ ξs	,αθ s'
ἐπὶ ,αζ	ἐπὶ ξs	ἐπὶ ,αθ s'
$\overset{\rho}{M}$,ζ	,γχτξ	$\overset{\rho}{M}$,θρξs ∠s'
,ζμθ	τξλs	,θπαα ∠ i)
$\overset{\rho\alpha}{M}$,δμθ	,δτνs	ρξs∠s' α∟λs' †)
		$\overset{\rho\alpha}{M}$,ηυιζ γ' λs'

Τούτοις ἴσον τὸ ἀπὸ k) ΑΓ ἔστι $\overset{\rho\alpha}{M}$,ηυε.

ὑπερέχει τοῦ ἀκριβοῦς Μ°. ιβ γ' λs'. l)

"Ετι δίχα ἡ ὑπὸ ΚΑΓ τῇ ΑΛ.

Διά τὰ αὐτὰ δή ἐστιν, ὡς συναμφότερος ἡ ΚΑ,ΑΓ πρὸς ΚΓ, ἡ ΑΛ πρὸς ΛΓ. Καί ἐστιν ἡ μὲν ΑΚ ἐλάσσων *) ἢ ,αζ· ἡ δὲ ΑΓ ἐλάσσων *) ἢ ,αθ s'· ἡ δὲ ΚΓ ξs. Συναμφότερος ἄρα ἡ ΚΑ,ΑΓ πρὸς ΚΓ ἐλάσσονα λόγον ἔχει,

---

i) Bas. θπααs. —

†) Bas. ρξsζ.s.α$\mathcal{G}$λ's. —

k) Bas. τὸ $\overset{\pi}{\alpha}$. W. — In ed. Bas. fere ubique legitur τὸ $\overset{\pi}{\alpha}$ pro τὸ ἀπό. G.

l) Pro ιβ. γλ's. (Bas.) rescribo ιβ γ' λs'.

*) Pro ἔλασσον rescribo ἐλάσσων.

ἤπερ ,βιςς' πρὸς ξς, καὶ ἡ *ΑΔ* ἄρα πρὸς *ΔΓ* ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,βις ς', πρὸς ξς. Καὶ ἐπεὶ ἡ *ΑΔ* ὑπόκειται ,βις ς', καὶ τὸ ἀπ' αὐτῆς $\overset{υϛ}{M}$,δϡκη λς'· ἡ δὲ *ΔΓ* ξς, καὶ τὸ ἀπ' αὐτῆς ,δτνς· ἴσον δὲ αὐτοῖς ἐστι τὸ ἀπὸ *ΑΓ*· ἔσται ἄρα $\overset{υϛ}{M}$,θσπδ λς', ὧν πλευρὰ τετραγωνική ἐστι ,βιϟ δ' ἔγγιστα· (ὑπερέχει τὸ ἀπ' αὐτῆς τοῦ ἀκριβοῦς M°. ιγ∠ κθ' [m]). Ὥστε ἡ *ΑΓ* πρὸς *ΓΔ* ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,βιϟ δ' πρὸς ξς. Οἱ δὲ πολλαπλασιασμοὶ ὑπόκεινται.

---

m) Pro ιγ ς' κ' (Bas.) lego ιγ∠κθ'.

ἡ ΑΔ β ις ϛ′	ἡ ΑΓ ξϛ	βιζ δ′
ἐπὶ β ις ϛ′	ἐπὶ ξϛ	ἐπὶ βιζ δ′
$\overset{\upsilon}{M}\overset{\beta}{M}\overset{\alpha}{M}$ βτλγ γ′ n)	,γχτξ	$\overset{\upsilon}{M}\overset{\beta}{M}\overset{\alpha}{M}$ δφ
$\overset{\beta}{M}$ ρ ξα∠ ϛ′	τξλϛ	$\overset{\beta}{M}$ ροβ ∟
$\overset{\alpha}{M}$ βξλϛα	δτνϛ	$\overset{\alpha}{M}$ δομθα∠δ′
τλγγ′α∠ϛ′αλϛ′		φβ∟α∠δ′ ιϛ′
$\overset{\upsilon\varsigma}{M}$ δϡκη λϛ′		$\overset{\upsilon\varsigma}{M}$,θσϙζ∠ιϛ′ o)

Τούτοις ἴσον τὸ ἀπὸ p) ΑΓ ἐστι $\overset{\upsilon\varsigma}{M}$,θσπδ λϛ′ περιττεύει τοῦ ἀκριβοῦς Μ°. ιγ∠κθ′. q)

Ἐπεὶ οὖν ἡ ΑΓ πρὸς ΓΔ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,βιζ δ′ πρὸς ξϛ· ἀνάπαλιν ἄρα ἡ ΑΓ

---

n) Pro β τλρ γ′ (Bas.) lego βτλγ γ′.

o) Suppleo $\overset{\upsilon\varsigma}{M}$.

p) Pro τὸ $\overset{\pi}{\alpha}$ (Bas.) rescribo τὸ ἀπό.

q) κθ′ pro κ′ (Bas.)

r) Suppleo πρὸς ΓΔ.

πρὸς ΓΑ') μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ $\overline{\xi\varsigma}$ πρὸς^{s}) ,$\overline{\beta\iota\zeta}$ δ'. Καὶ ἐπεὶ ἡ ΓΒ περιφέρεια ἕκτον ἐστὶ τοῦ κύκλου· ἡ ΗΓ ἄρα ιβ' μέρος ἐστίν, ἡ δὲ ΘΓ κδ'^{t}), ἡ δὲ ΚΓ μη', ἡ δὲ ΔΓ Ϟς'^{u}). Ὥστε ἡ ΔΓ εὐθεῖα πολυγώνου ἐστὶ πλευρὰ $\overline{\text{Ϟ}\varsigma}$^{x}) πλευρὰς ἔχοντος· καί ἐστιν ἡ ΔΓ $\overline{\xi\varsigma}$. Ἡ ἄρα τοῦ πολυγώνου περίμετρος πρὸς τὴν τοῦ κύκλȣ διάμετρον μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ,ς τλς πρὸς ,$\overline{\beta\iota\zeta}$ δ'. Ταῦτα δέ ἐστι τριπλάσια, καὶ ἔτ. ὑπερέχει $\overline{\sigma\pi\delta}$ δ', ἅπερ ἐλάττονά †) ἐστι δέκα ἑβδομηκοστομόνων, ὅ ἐστι Μ°. $\overline{\kappa\zeta}$ ∟ς'^{y}) ἔγγιστα· τὰ δὲ δεκαπλάσια τούτων $\overline{\sigma o\zeta}$.^{y}) Πολλῷ ἄρα ἡ

---

s) Pro (Bas.) $\overline{\xi\varsigma}$ πρὸς $\overline{\xi\varsigma}$ πρὸς (deleto altero) lego, $\overline{\xi\varsigma}$ πρὸς.

t) Pro $\overline{\kappa\delta}$ (Bas.) — rescribo κδ'. —

u) Ϟς' pro $\overline{\text{Ϟ}\varsigma}$' (Bas.) —

x) Pro Ϟς' πλευράς, lego $\overline{\text{Ϟ}\varsigma}$ πλευράς.

†) Hic locus omnino est depravatus. Ego quidem pro ἐλάττονα, sensu postulante, legendum puto μείζονα, et infra οα' ἐστι Μ°. $\overline{\kappa\eta}$ $\overline{\beta}$ ἐ ἔγγιστα· τὰ δὲ δεκαπλάσια τούτων $\overline{\sigma\pi\delta}$ ἡ ἔγγιστα. h. e. $\frac{2017\,^1/_4}{71}$ = $28\,^2/_5$ proxime (= $28\,^{117}/_{284}$ exacte), et decuplum hujus = $284\,^1/_5$ proxime (= $284\,^{17}/_{142}$ exacte). G.

y) Pro $\overline{\kappa\zeta}$ ∟ς' scribendum erat κη β ἐ; et pro $\overline{\sigma o\zeta}$ scribendum erat, $\overline{\sigma\pi\delta}$; sunt itaque duo lapsus calculi. —

τοῦ κύκλου περιφέρεια μείζων ἐστὶν *) ἡ τριπλασία καὶ δέκα ἑβδομηκοστόμονα.

Ὡς μὲν οὖν ἐνεχώρει, οἱ παρ' αὐτοῦ εἰρημένοι ἀριθμοὶ μετρίως ἐσαφηνίσθησαν. z)

Ἰστέον δὲ, ὅτι καὶ Ἀπολλώνιος ὁ Περγαῖος ἐν τῷ Ὠκυτοβόῳ ἀπέδειξεν αὐτὸ δι' ἀριθμῶν ἑτέρων, ἐπὶ τὸ σύνεγγυς μᾶλλον ἀγάγων. Τοῦτο δὲ ἀκριβέστερον μὲν εἶναι δοκεῖ, οὐ χρήσιμον δὲ πρὸς τὸν Ἀρχιμήδους σκοπόν. Ἔφαμεν γὰρ αὐτὸν σκοπὸν ἔχειν ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ, τὸ σύνεγγυς εὑρεῖν διὰ τὰς ἐν τῷ βίῳ χρείας. Ὥστε οὐδὲ Πόρος ὁ Νικαεὺς εὔκαιρον εὑρηθήσεται a) μέμψιν ἐπάγων Ἀρχιμήδει, ὡς μὴ ἀκριβῶς εὑρόντι, ποίᾳ εὐθείᾳ ἴση ἐστὶν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια. Ἐξ ὧν αὐτὸς ἐν τοῖς Κηρίοις φησί, τὸν ἑαυτοῦ διδάσκαλον, Φίλωνα b) λέγων τὸν ἀπὸ Γαδάρων, εἰς ἀκριβεστέρους ἀριθμοὺς ἀγαγεῖν, τῶν ὑπ' Ἀρχιμήδους εἰρημένων, τοῦ τε $\overline{ζ}$ φημὶ καὶ τῶν $\overline{κβ}$. c) Ἅπαντες γὰρ ἐφεξῆς φαίνονται τὸν σκοπὸν αὐτοῦ ἠγνοηκότες κέχρηνται δὲ καὶ

---

*) Bas. ἐστί. —

z) Ἐσαφηνίσθησαν rescribo pro ἐσαφηνίστησαν. —

a) Bas. εὑρεθήσεται.

b) Pro φίλονα (Bas) rescribo Φίλωνα.

c) $\overline{κβ}$ repono, pro ιϛ' (Bas.), quod perperam irrepserat.

τῶν μυριάδων πολλαπλασιασμοῖς καὶ μερισμοῖς, οἷς οὐκ εὔκολον παρακολουθεῖν, τὸν μὴ διὰ τῶν Μάγνου Λογιςικῶν ἡγμένον. Εἰ δέ τις ὅλως ἐβούλετο εἰς ἔλαττον αὐτὸ καταγαγεῖν, ἐχρῆν τοῖς ἐν τῇ Μαθηματικῇ Συντάξει τοῦ †) Κλαυδίου Πτολεμαίου εἰρημένοις ἀκολουθοῦντα, διὰ τῶν μοιρῶν καὶ λεπτῶν, καὶ τῶν ἐν τῷ κύκλῳ εὐθειῶν τοῦτο ποιεῖν· καὶ πεποιήκειν [d]) ἂν ἐγὼ τοῦτο, εἰ μὴ, ὅπερ πολλάκις εἶπον, ἐνενόουν, ὡς οὔτε ἀκριβῶς δυνατὸν, διὰ τῶν ἐνταῦθα εἰρημένων, εὑρεῖν, τῇ τοῦ κύκλου περιφερείᾳ ἴσην εὐθεῖαν. Καὶ εἴ τις τὸ σύνεγγυς καὶ παρὰ μικρὸν προσέχοι, ἀρκεῖ τὰ ὑπ' Ἀρχιμήδους ἐνταῦθα εἰρημένα.

Εὐτοκίου Ἀσκαλωνίτου Ὑπόμνημα εἰς τὴν Ἀρχιμήδους Κύκλου Μέτρησιν, Ἐκδόσεως παραναγνωσθείσης τῷ Μιλησίῳ Μηχανικῷ Ἰσιδώρῳ, τῷ ἡμετέρῳ διδασκάλῳ.

---

†) τοῦ, quod Wallis omisit, ex ed. Basil. repono.

d) πεποιήκειν retineo. Vide tamen an non potius reponendum sit ἐπεποιήκειν.

Kommentar

des

Eutokius von Askalon

zu der

Kreis-Messung

des

Archimedes.

Kommentar
des Eutokius von Askalon
zu der Kreis-Messung des Archimedes.

Das Nächste für mich ist wohl, wenn ich mein Ziel erreichen will, indem ich auf deutlichere und daher solche vom Archimedes behandelte Gegenstände, die nur einer kürzern Erklärung bedurften, gestoßen bin, auch alles, was eine genauere Auseinandersetzung fordert, so wie ich im Stande bin, fortlaufend mit dem zu bearbeiten, was ich früher über das Werk von der Kugel und Walze [1] niedergeschrieben habe, — und da nun der allerdings billigenswerthe Wunsch geäußert wurde, auch den wichtigeren und daher mehr Sorgfalt erfordernden Gegenständen meine Aufmerksamkeit zu widmen; [2] so soll sich denn an das Vorausgegangene zunächst jenes Werkchen des Archimedes anschließen, welches die Ueberschrift Kreis-Messung

---

1) Eutokius bezieht sich hier auf seinen schon früher über das aus zwei Büchern bestehende und noch vorhandene Werk des Archimedes *περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου* geschriebenen Kommentar, den wir ebenfalls noch besitzen.

2) Nach *ἐπιστῆναι* setzt Wallis (.), macht einen Absatz, und

trägt, und bei welchem wir die Absicht dieses Mannes schon aus der Ueberschrift erkennen.

Denn er will beweisen:

welchem von geraden Linien eingeschlossenen Raume ein Kreis gleich ist,

ein Gegenstand, mit dessen Untersuchung sich schon lange vor ihm berühmte Philosophen beschäftigt haben. Denn es ist bekannt, daß der Gegenstand der Untersuchung kein anderer ist, als der, um dessen Auffindung sich Hippokrates von Chios [3] und Anti-

---

übersetzt also: Ea siquidem vere digna est, quae sequatur commentatio, quae de majoribus est, plenioremque considerationem merentibus. — Jam autem traditum, proxime sequitur, Libellus ab Archimede conscriptus, Titulum inscriptum habens, Circuli Dimensionem. In der der Basler Ausgabe beigefügten Uebersetzung wird ἔχῃς in der Bedeutung von εὐχῆς genommen, und so übersetzt: Cum votum sane dignum obtigerit, ut et majoribus, et quibus ampliori cura opus erit, nobis sit insistendum: erit utique et caet. Auch ich nehme ἔχῃς in der Bedeutung εὐχῆς, und lasse mit εἴη δ' ἂν den Nachsatz beginnen, gestehe aber offen, daß ich noch so manche Bedenklichkeit über diesen Satz habe.

3) Hippokrates aus Chios lebte um 400 vor Christus. Proklus (L. II. ad Euclid. p. 19. ed. Bas.) gedenkt seiner unter andern Mathematikern auf eine rühmliche

phon [4] eifrig bemüht haben, obgleich sie uns nur jene Trugschlüsse auffanden, welche, wie ich glaube,

---

Weise, indem er sagt: ἐφ' οἷς Ἱπποκράτης ὁ Χῖος, ὁ τὸν τοῦ μηνίσκου τετραγωνισμὸν εὑρὼν, καὶ Θεώδωρος ὁ Κυρηναῖος ἐγένοντο περὶ γεωμετρίαν ἐπιφανεῖς· πρῶτος γὰρ ὁ Ἱπποκράτης τῶν μνημονευομένων (Bas. ωμένων) καὶ στοιχεῖα (Bas. στοίχεια) συνέγραψε. Cf. Procl. L. III. ad Euclid. p. 59. Von diesen Anfangsgründen der Geometrie ist jedoch nichts mehr vorhanden. Seinen Versuch, den Kreis mit Hilfe der Lunele zu quadriren, τετραγωνισμὸς διὰ τῶν μηνίσκων, tadelt Aristoteles (de repreh. Soph. L. I. c. 10.), weil er auf Trugschlüssen beruhe. Auch mit Astronomie scheint sich H. beschäftigt zu haben; denn bei Aristot. Meteor. L. I. c. 6. finden wir seine und seines Schülers Aeschylus Ansicht über die Kometen. So sehr er sich übrigens in der Mathematik auszeichnete, so einfältig und lächerlich benahm er sich nach Aristot. Ethic. ad Eud. VII. 14. im Uebrigen, denn hier heißt es von ihm: Ἱπποκράτης γεωμετρικὸς ὢν, ἀλλὰ περὶ τὰ ἄλλα δοκεῖ βλὰξ καὶ ἄφρων εἶναι, καὶ πολὺ χρυσίον πλέον ἀπώλεσεν ὑπὸ τῶν ἐν Βυζαντίῳ πεντηκοστολόγων, δι' ἀήθειαν, ὡς λέγουσιν. Hippokrates war ein Anhänger der Pythagorischen Sekte, wurde aber nach einem Zeugnisse des Jamblichius de philos. Pythag. L. III. welches Fabricius Bibl. gr. L. II. c. 13. p. 492 anführt, von derselben ausgeschlossen, weil er seinen Unterricht in der Geometrie um Geld ertheilte.

4) Ueber die nähern Lebensumstände Antiphons finde ich

jene genau kennen werden, die des Eudemus Geschichte der Geometrie [5] gelesen haben, und die aristotelischen Kerien [6] besitzen.

---

durchaus keine Nachricht. Seines τετραγωνισμὸς erwähnt Aristoteles Phys. L. I. c. 2. de repreh. Soph. L. I. c. 10. Auch soll Antiphon vom Ursprunge aller Dinge γενέσει πάντων geschrieben haben. Vergl. Aristot. Physic. L. II. c. 1.

5) Eudemus von Rhodus, einer der ausgezeichnetesten Schüler des Aristoteles, den einige für den Verf. der dem Aristot. beigelegten ἠθικῶν εὐδημείων l. VII. halten, machte sich durch mehrere Schriften, sowohl philosophischen (Cf. Fabr. Bibl. gr. L. III. c. 11. p. 300) als historisch-mathematischen Inhaltes, die aber nicht auf uns gekommen sind, berühmt. Zu den letzteren gehören 1) seine Geschichte der Arithmetik, (Cf. Prophyrii comment. in Harmon. Ptolomaei. p. 288. Vol. III. opp. math. Joh. Wallis.) 2) Die Geschichte der Geometrie, derer Eutokius hier gedenkt, (Cf. Proclus ad Euclid. p. 79, 87, 92, 99, 109. ed. Basil.) und 3) die Geschichte der Astrologie. (Cf. Diog. Laert. prooem. n. 6. — L. I. c. 1. n. 2. so wie das Fragment des Anatolius, welches Fabr. B. gr. L. III. c. 11. p. 277. aushebt.) Diese Werke, deren Verlust wir nur bedauern können, waren, nach den wenigen Ueberbleibseln zu urtheilen, mit der größten Genauigkeit abgefaßt, und würden uns über manchen wissenswerthen Punkt Aufschluß geben.

6) Κηρια, eines der verloren gegangenen Werke des Ari-

Allein vorliegendes Werkchen ist, wie Herakleides [7]) in dem Leben des Archimedes sagt, für die Anwendung im Leben von wesentlichem Nutzen; denn es zeigt, daß die Peripherie des Kreises gleich ist dem Dreifachen des Durchmessers und einem

---

stoteles (384 — 322 v. Chr.), über dessen Inhalt sich nichts mit Bestimmtheit angeben läßt. Vergl. Fabr. Bibl. gr. L. III. c. 7. und Wallis zu dieser Stelle Anmerkung g).

7) Herakleides mit dem Beinamen Ponticus major, auch Lembus genannt (S. Diog. Laert. L. V. c. VI. n. 8.), Verfasser mehrerer nicht mehr vorhandener Werke, schrieb unter andern *Τῶν τοῦ Σατύρου βίων ἐπιτομή*, worin nach Meursius (s. dessen Abhandlung: De Heraclide aliisque nominis, et eorum operibus, welche sich in dem Thesaur. graec. antiquit. a Gronovio ed. Vol. X. p. 604—620 befindet,) das Leben des Archimedes enthalten war. „Ex hoc *Βίος Ἀρχιμήδους*, sagt daher Meursius a. a. O. S. 609. fuerit, qui Eutocio memoratur . . . . Itaque corrigendus idem in *Commentario ad Apollonii Pergaei Conic.* lib. 1. *Apollo* (ut habet Commandini versio) *Geometra, Anthemi sodalis charissime, natus est Pergae, quae Pamphyliae civitas est, tempore Ptolomaei Euergetae, ut tradit Heraclides in Archimidis vita.* Hodie editur, *ut tradit Heraclius.* Nempe in Graeco exemplari *Ἡράκλειος* exaratum fuerit, cum deberet *Ἡρακλείδης.*“

Theile desselben, welcher kleiner ist als $^1/_7$ und größer als $^{10}/_{71}$.

Dieses also, sagt er, sei ziemlich genau bewiesen worden, und Archimedes habe mit Hilfe einiger Spirallinien eine gerade Linie gefunden, welche der gegebenen Peripherie eines Kreises gleich wäre.[8)]

Zum ersten Lehrsatze.

Der erste Lehrsatz scheint denen, die nur einige Fortschritte in der Mathematik gemacht haben, keinem Zweifel unterworfen zu sein, da die Worte des Archimedes selbst deutlich genug sind, und die Schlußfolge auf den Vordersatz ohne Sprung zurückführen.

Es kann aber das Ansehen haben, als habe er in dem Beweise von einem Punkte, der noch nicht bewiesen ist, einen unrichtigen Gebrauch gemacht; denn, indem er die Beschaffenheit des rechtwinkligen Dreieckes angiebt, sagt er:[9)]

---

8) S. Archimedes über die Spirallinien Satz 18 und 19. — Kästners Geschichte der Mathem. 1 Thl. S. 477 folg. und 488 folg.

9) Eutokius hebt hier nicht wörtlich die Stelle des Arch. aus, sondern nur dem Sinne nach, doch so, daß er sich blos solcher Worte bedient, deren sich Arch. selbst bedient hat.

„Die eine der den rechten Winkel einschließenden Seiten soll gleich sein dem Halbmesser des Kreises, die andere der Peripherie desselben."

Allein wie man jene gerade Linie erhält, die gleich ist der Peripherie des Kreises, hat bisher weder er, noch ein anderer bewiesen,[10] und doch muß man leicht einsehen, daß Archimedes nichts Ungereimtes niedergeschrieben hat. Denn, daß die Peripherie des Kreises eine Größe sein müsse, ist keinem Zweifel unterworfen, und zwar, wie ich glaube, eine solche, die nur eine Ausdehnung hat. Auch eine gerade Linie ist von derselben Beschaffenheit, und ob man gleich noch nicht wußte, wie man die Peripherie des Kreises in eine ihr gleiche gerade Linie umwandeln könnte; so hat doch noch Niemand daran gezweifelt, daß es wirklich eine gerade Linie gebe, welche der Peripherie gleich sei. Die Annahme des Archimedes ist aber folgende:

daß jedes rechtwinklige Dreieck, in welchem die Seiten die genannte Beschaffenheit haben, gleich ist einem Kreise;

---

10) Widerspricht dieß nicht dem, was Eutokius kurz vorher am Ende seiner Einleitung gesagt hat? Vergl. Anmerk. 8.

sonach kann man auch nicht behaupten, daß er in seiner Voraussetzung von irgend einem Punkte einen unrichtigen Gebrauch gemacht habe; er verdient vielmehr Bewunderung, weil er diesen so überaus schwierigen Untersuchungen eine so deutliche und leichte Auflösung beigefügt hat. Aber wie gesagt, der erste Lehrsatz unterliegt keinem Zweifel.

Denn daß das Dreieck POR (Fig. I.) größer ist als die Hälfte der Figur AZOM, und daß man auf eine ganz einfache Weise um einen gegebenen Kreis eine geradlinige Figur so zeichnen kann, daß die Abschnitte, welche zwischen den Bogen des Kreises, und den Seiten der um den Kreis gezeichneten geradlinigen Figur liegen, kleiner sind als ein gegebener Raum, ist deutlich in unsern Anmerkungen zum ersten Buche über die Kugel und Walze auseinandergesetzt worden.

Zum dritten Lehrsatze. (Fig. III.)

In diesem Lehrsatze wird es uns beständig zur Aufgabe gemacht, von einer gegebenen Zahl die Quadratwurzel zu finden. Diese läßt sich aber bei einer Zahl, die kein vollkommenes Quadrat ist, unmöglich genau finden. Denn wird eine Zahl mit sich selbst multiplizirt; so erhalten wir ihr Quadrat; wird aber eine Zahl und ein Theil von ihr mit sich selbst multiplizirt; so kann keine ganze Zahl, sondern nur wieder ein Theil entstehen. Wie man aber die

Quadratwurzel, die einer gegebenen Zahl sehr nahe kommt, finden könne, ist von Hero in seinen *Μετρικοῖς* [11]) gezeigt worden, eben so von Pappus, Theon [12]) und mehreren andern, welche die *Μεγάλη*

---

11) Hero von Alexandrien, Schüler des Mechanikers Ktesibius, der zu den Zeiten des Ptolemäus Philadelphus und des Euergetes I. zu Alexandrien (120 v. Chr.) lebte, und ausgezeichneter Mechaniker, war ein Anhänger der epikurischen Philosophie, und schrieb viele Werke, von denen wir aber nur noch folg. besitzen: 1) *Χειροβαλλίστρας κατασκευὴ καὶ συμμετρία*, de constructione et mensura manubalistae. Frag. 2) Barulcus sive de oneribus trahendis l. III. 3) *Βελοποιητικὰ*, de telis conficiendis jaculandisque liber. 4) *Πνευματικὰ*, Spiritalia. 5) *Περὶ αὐτοματοποιητικῶν*, de automatorum fabrica l. II. 6) Eine Dioptrik, wovon sich der Kodex in der Wiener Bibliothek befindet. Frag. Zu den verlornen Werken Heros gehören auch die hier genannten *Μετρικά*. S. Fabr. Bibl. gr. L. III. c. 24. p. 591—93. Kästners Gesch. der Math. 2 Thl. S. 135—138. u. 146—148.

12) Ueber die Zeit, in welcher Pappus und Theon lebten, und über ihr Vaterland sagt Suidas in dem Artikel *Πάππος* Folgendes: *Πάππος, Ἀλεξανδρεὺς, φιλόσοφος, γεγονὼς κατὰ τὸν πρεσβύτερον βασιλέα Θεοδόσιον, ὅτε καὶ Θέων ὁ φιλόσοφος ἤκμαζεν;* und unter *Θέων* heißt es: *Θέων ὁ ἐκ τοῦ Μουσείου,*

Σύνταξις des Klaudius Ptolemäus [13]. kommentirt haben. Daher ist es nicht nöthig, Untersuchungen über diesen Gegenstand anzustellen, da Freunde der Mathematik bei jenen darüber nachlesen können.

Αἰγύπτιος φιλόσοφος, σύγχρονος δὲ Πάππῳ τῷ φιλοσόφῳ, καὶ αὐτῷ Ἀλεξανδρεῖ· ἐτύγχανον δὲ ἀμφότεροι ἐπὶ Θεοδοσίου βασιλέως τοῦ πρεσβυτέρου. Beide lebten sonach in der letzten Hälfte des 4ten Jahrhunderts n. Chr. Ueber die Werke, welche Pappus geschrieben, sagt Suidas a. a. O. βιβλία δὲ αὐτοῦ· χωρογραφία οἰκουμενική, (eine Chorographie der bewohnten Erde) εἰς τὰ τέσσαρα βιβλία τῆς Πτολεμαίου μεγάλης συντάξεως ὑπόμνημα, (auf diesen Kommentar bezieht sich hier Eutokius; wir besitzen aber nur noch einen Kommentar zu einem Theile des 5ten Buches.) ποταμοὺς τοὺς ἐν Λιβύῃ· ὀνειροκριτικά. Das vorzüglichste Werk des Pappus, dessen Suidas aber nicht gedenkt, sind die Mathematicae collectiones. l. VIII., von denen das 1te Buch und die 14 ersten Sätze des 2ten B. fehlen. Ueber die literärischen Arbeiten Theons drückt sich Suidas a. a. O. also aus: ἔγραψε μαθηματικά, ἀριθμητικά, περὶ σημείων καὶ σκοπῆς ὀρνέων, καὶ τῆς τῶν κοράκων φωνῆς, περὶ τῆς τοῦ κυνὸς ἐπιτολῆς, περὶ τῆς τοῦ Νείλου ἀναβάσεως, εἰς τὸν Πτολεμαίου πρόχειρον κάνονα, καὶ εἰς τὸν μικρὸν ἀστρόλαβον ὑπόμνημα. Cf. Fabr. Bibl. gr. p. 203—221. Eutokius gedenkt des Theon und Pappus auch in seinem Comment. ad Arch. l. II. de sph. et cyl. p. 28. ed. Basil.

13) Das hier genannte Werk des Ptolemäus jenes gro=

Und der Winkel ZEC sei gleich dem dritten Theile eines rechten.

Denn wenn wir die Peripherie eines (regelmäßigen) Sechsecks halbiren, davon die Hälfte nebst dem dritten Theile [14] (der ganzen Hälfte des Sechsecks) hinwegnehmen, und die Punkte E und Z durch eine gerade Linie verbinden; so wird der Winkel CEZ

ßen Astronomen und Geographen, besitzen wir noch. Suidas nennt es μέγας ἀστρόνομος. Ptol. der in der Mitte des 2ten Jahrh. n. Chr. lebte, war aus Pelusium in Aegypten, wurde aber wegen seines Aufenthaltes in Alexandria gewöhnlich der Alexandrier genannt. Von seinen Werken besitzen wir noch zehn. Cf. Fabr. Bibl. gr. L. IV. c. 14. p. 411. seq.

14) Ich bleibe bei der Leseart πρὸς τῷ τρίτῳ scil. μέρει τῆς περιφερείας ἡμισείας, welche einen weit anschaulicheren und besseren Sinn zu geben scheint, als πρὸς τῷ Γ. — Eben so übersetze ich auch weiter unten nach der Leseart πρὸς τὸ γ, die leider oft nur zu sehr vernachläßigte Regel der Conjekturalkritik im Auge habend, daß man nie von der ursprünglichen Leseart abgehen soll, wenn kein dringender Grund vorhanden ist. Wallis nimmt das Wort περιφέρεια für eine Seite des Sechsecks, und übersetzt: Nempe si bisecto arcu Hexagoni, sumtoque ejus semisse qui est ad γ, jungamus εζ rectam etc. Hier ist περιφέρεια für den ganzen Perimeter des Sechsecks genommen.

der dritte Theil eines rechten sein. Denn nimmt man gegen C zu einen Theil der Peripherie hinweg, welcher die Hälfte der Seite eines Sechseckes ist, so ist dieser der zwölfte Theil eines Kreises; sonach ist auch der Winkel CEZ, dessen Scheitel am Mittelpunkte sich befindet, der zwölfte Theil von den 4 (um den Mittelpunkt liegenden) rechten Winkeln, folglich der dritte Theil eines rechten Winkels.

Sonach verhält sich EZ : ZC = 306 : 153. Daß EZ das Doppelte von ZC ist, geht daraus hervor: wenn wir nehmlich die Linie ZC gegen M zu verlängern, eine ihr gleiche Linie abschneiden, und den Endpunkt derselben (m) [15] mit E verbinden; so wird der Winkel (bei m) gleich sein $\frac{2}{3}$ eines rechten. Es ist nun aber auch der Winkel bei E gleich $\frac{2}{3}$ eines rechten,[16] sonach ist auch der Winkel bei Z gleich $\frac{2}{3}$ [17]. Das Dreieck CEZ ist sonach die Hälfte eines gleichseitigen Dreieckes, und weil nun die Grund-

---

15) Der punktirte Theil der Fig. III. MmE, der blos der leichtern Anschauung wegen beigefügt wurde, findet sich im Orginale nicht.

16) Denn im Vorigen wurde bewiesen daß $\angle$ CEZ $= \frac{1}{3}$ R ist, folglich ist der Winkel ZEm als das Doppelte von CEZ $= \frac{2}{3}$ R.

17) S. Eucl. El. L. I. Prop. 32. . . . . καὶ αἱ ἐντὸς τοῦ τριγώνου τρεῖς γωνίαι δυσὶν ὀρθαῖς ἴσαι εἰσίν.

linie des gleichseitigen Dreieckes, gleich EZ, im Punkte C halbirt ist; so ist EZ das Doppelte von CZ.

..... aber EC : CZ > 265 : 153.

Denn da EZ als 306 angenommen wurde; so wird, wenn wir diese Zahl mit sich selbst multiplizi- ren, 93636 zum Vorscheine kommen, und da CZ für 153 gilt; so wird das Quadrat von dieser gleich 23409 sein. Weil nun das Quadrat von EZ gleich ist den beiden Quadraten von EC und CZ zusam- mengenommen;[18] so wird, wenn wir von dem Qua- drate von EZ, welches gleich ist 93636, das Qua- drat von CZ, welches gleich 23409 ist, abziehen, das Quadrat von EC übrig bleiben, welches gleich 70227 ist, dessen Wurzel 265 und noch einen sehr kleinen und fast unbemerkbaren Theil gibt. Denn das Quadrat von 265 ist um 2 Einheiten kleiner, als das vollkommene Quadrat (von EC). Das Mul- tiplikationsverfahren selbst aber soll beigefügt werden.

---

18) S. Eucl. El. L. I. Prop. 47. Ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις τριγώνοις τὸ ἀπὸ τῆς τὴν ὀρθὴν γωνίαν ὑποτεινούσης πλευρᾶς τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τὴν ὀρθὴν γωνίαν περιεχουσῶν πλευρῶν τετραγώνοις. „In jedem rechtwinkligen Triangel ist das Quadrat der dem rechten Winkel gegenüberliegenden Seite den Quadraten der ihn einschließenden Seiten gleich." Lorenz.

EZ[19] = 306 ZC = 153   265

306	153	265
90000	10000	40000
1800	5000	12000
1800	300	1000
36	5000	12000
93636	2500	3600
	150	300
	300	1000
	150	300
	9	25
	23409	70225

Der Rest (von $EZ^2 - ZC^2$) gibt das Quadrat von EC gleich 70227.

(das Quadrat von 265) ist sonach genau um 2 Einheiten kleiner, (als das Quadrat von EC.)

Man theile nun den Winkel ZEC durch die Linie EH in zwei gleiche Theile. Sonach verhält sich ZE : EC = ZH : HC nach dem dritten Lehrsatze des sechsten Buches der

19) Aus diesen und den übrigen von Eutokius angeführten Multiplikationen sehen wir, daß das Multiplikationsverfahren der Griechen dem unsrigen gerade entgegengesetzt, und eben dadurch ungleich beschwerlicher und weitläufiger ist.

Elemente Euklids [20]. Und durch Verbindung, $(ZE + EC) : EC = ZC : OH$.

Und durch Verwechslung, $(ZE + EC) : ZC = EC : CH$.

ZE und EC zusammengenommen sind aber größer als 571, (denn ZE haben wir gleich 306, EC aber gleich 265 und noch einem kleinen Theile angenommen; folglich sind sie größer als 571;) ZC ist aber gleich 153; sonach hat auch

folglich auch $(ZE + EC) : ZC > 571 : 153$;
$EC : HC > 571 : 153$.

Daher hat $HE^2 : HC^2 > 349450 : 23409$.
Dieß geht aus folgendem Schlusse hervor. Da bewiesen wurde, daß

$$EC : HC > 571 : 153,$$

und da, wenn man EC für 571 und CH für 153 gelten läßt, das Quadrat von EC gleich 326041, und das Quadrat von CH gleich 23409 ist, und beide zusammengenommen gleich sind dem Quadrate von EH, welches 349450 beträgt, wovon die Wurzel dem $591\frac{1}{8}$ sehr nahe kommt, denn das Quadrat von $591\frac{1}{8}$ ist beinahe um $21\frac{1}{6}\frac{1}{15}$ $(= \frac{21}{90} = \frac{7}{30})$[21] kleiner als das wirkliche (HE^2); so hat folglich

und $EH^2 : HC^2 > 349450 : 23409$,
$EH : HC > 591\frac{1}{8} : 153$.

---

20) Verglch. Archimed. Uebers. Anmerk. 12.

21) Eigentlich müßte es heißen $21^{15}/_{64}$. Eutokius hat sonach den Rest um $^{1}/_{960}$ zu klein genommen.

Das Multiplikationsverfahren selbst aber soll beigefügt werden.

EC = 571	HC = 153	$591\frac{1}{8}$
571	153	$591\frac{1}{8}$
250000	10000	250000
35000	5000	45000
500	300	500
35000	5000	$62\frac{1}{2}$
4900	2500	45000
70	150	8100
571	300	90
326041	150	$11\frac{1}{4}$
	9	$591\frac{1}{8}$
	23409	$62\frac{1}{2}$
		$11\frac{1}{4}$
		$\frac{1}{8}$
		$\frac{1}{64}$
		$349428\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{64}\ (=\frac{49}{64})$

Diese zusammengenommen ($EC^2 + HC^2$) geben das Quadrat von EH gleich 349450.

Das Quadrat von $591\frac{1}{8}$ ist sonach um 21 Einheiten und beinahe $\frac{1}{6}\ \frac{1}{16}$ kleiner als das vollkommene Quadrat (von EH).

Man halbire ferner den Winkel HEC durch EF. Aus demselben Grunde hat also EC : CF > $1162\frac{1}{8}$: 153.

Denn durch die Halbirung des Winkels entsteht die Proportion:

$$HE : EC = HF : FC,$$

und durch Verbindung:

$$(HE + EC) : EC = HC : CF,$$

und durch Verwechslung:

$$(HE + EC) : HC = EC : CF.$$

Nun ist aber EC gleich 571 und noch einem kleinen Theile, EH aber gleich $591\frac{1}{8}$ und noch einem kleinen Theile, folglich sind beide zusammen größer als $1162\frac{1}{8}$. Ferner ist HC gleich 153; sonach haben

$$(HE + EC) : HC > 1162\tfrac{1}{8} : 153;$$

folglich hat auch

$$EC : CF > 1162\tfrac{1}{8} : 153.$$

Folglich hat FE : FC > $1172\frac{1}{8}$: 153, weil nehmlich bewiesen wurde, daß EC : FC > $1162\frac{1}{8}$: 153. Wollte man nun annehmen, daß sie in diesem Verhältnisse stünden; so wird das Quadrat von EC gleich $1350534\frac{1}{2}\,\frac{1}{64}$ ($=\frac{33}{64}$), das Quadrat von CF aber gleich 23409 sein. Da folglich das Quadrat von EF gleich ist den beiden Quadraten von EC und CF zusammengenommen; so wird dieses $1373943\frac{1}{2}\,\frac{1}{64}$ ($=\frac{33}{64}$) betragen, wovon die Quadratwurzel dem $1172\frac{1}{8}$ sehr nahe kommt; denn das Quadrat dieser Zahl ist um $66\frac{1}{2}$ kleiner als das vollkommene Quadrat (von EF). Das Multiplikationsverfahren selbst aber soll beigefügt werden.

EC = 1162 1/8	FC = 153	1172 1/8
1162 1/8	153	1172 1/8
1000000	10000	1000000
100000	5000	100000
60000	300	70000
2000	5000	2000
125	2500	125
100000	150	100000
10000	300	10000
6000	150	7000
200	9	200
12½	23409	12½
60000		70000
6000		7000
3600		4900
120		140
7½		8½ ¼
2000		2000
200		200
120		140
4¼		4¼
145¼		146½
1/64		1/64
1350534½ 1/64		1373877 1/64

Das Quadrat von EF, welches gleich ist den beiden Quadraten von EC und CF zusammengenommen, beträgt 1373943½ 1/64.

(Das Quadrat von 1172 1/8) ist sonach um 66½ kleiner als das vollkommene Quadrat (von EF).

Nun theile man den Winkel FEC durch die Linie EK in zwei gleiche Theile: daher hat EC : CK > 2334 1/4 : 153.

Denn es entsteht wieder durch Halbirung des Winkels FEC die Proportion:

$$FE : EC = FK : CK,$$

und durch Verbindung:

$$(FE + EC) : EC = FC : CK,$$

durch Verwechslung:

$$(FE + EC) : FC = EC : CK,$$

und da bewiesen wurde, daß FE gleich ist $1172\frac{1}{8}$ und noch einem kleinen Theile, EC aber gleich $1162\frac{1}{8}$ und noch einem kleinen Theile; so sind folglich FE und EC zusammengenommen größer als $2334\frac{1}{4}$. Ferner wurde FC gleich 153 angenommen; sonach hat

$$(FE + EC) : FC > 2334\tfrac{1}{4} : 153,$$

folglich hat auch

$$EC : CK > 2334\tfrac{1}{4} : 153.$$

Folglich hat EK : CK > 2339 1/4 : 153.

Denn da wieder EC gleich $2334\frac{1}{4}$, CK aber gleich 153 angenommen wird; so wird das Quadrat von EC gleich $5448723\frac{1}{16}$, und das Quadrat von CK gleich 23409 sein. Diesen beiden Quadraten ist aber gleich das Quadrat von KE, welches sonach $5472132\frac{1}{16}$ beträgt, wovon die Quadratwurzel der Zahl $2339\frac{1}{4}$ sehr nahe kommt; denn das Quadrat dieser Zahl ist um $41\frac{1}{2}$ kleiner als das vollkommene Quadrat (von KE). Das Multiplikationsverfahren selbst aber soll beigefügt werden.

$EC = 2334\frac{1}{4}$	$CK = 153$	$2339\frac{1}{4}$
$2334\frac{1}{4}$	153	$2339\frac{1}{4}$
4000000	10000	4000000
600000	5000	600000
60000	300	60000
8000	5000	18000
500	2500	500
600000	150	600000
90000	300	90000
9000	150	9000
1200	9	2700
75	23409	75
60000		60000
9000		9000
900		900
120		270
$7\frac{1}{2}$		$7\frac{1}{2}$
8000		18000
1200		2700
120		270
16		81
1		$2\frac{1}{4}$
$583\frac{1}{2}$		$584\frac{1}{2}\frac{1}{4}$
$\frac{1}{16}$		$\frac{1}{16}$
$5448723\frac{1}{16}$		$5472090\frac{1}{2}\frac{1}{16}$

Diese zusammengenommen ($EC^2 + CK^2$) geben das Quadrat von EK gleich $5472132\frac{1}{16}$.

(Das Quadrat von $2339\frac{1}{4}$) ist sonach um $41\frac{1}{2}$ kleiner als das vollkommene Quadrat (von EK).

Endlich halbire man den Winkel KEC durch die Linie EL; daher hat $EC : CL > 4673\frac{1}{2} : 153$.

Denn es entsteht wieder durch Halbirung des Winkels die Proportion:

$$KE : EC = KL : LC,$$

und durch Verbindung:

$$(KE + EC) : EC = KC : LC,$$

durch Verwechslung:

$$(KE + EC) : KC = EC : LC.$$

Ferner ist KE gleich $2339\frac{1}{4}$ und noch einem kleinen Theile, EC aber gleich $2334\frac{1}{4}$ und noch einem kleinen Theile; KE und EC zusammengenommen sind sonach größer als $4673\frac{1}{2}$; und KC ist gleich 153; sonach hat

$$(KE + EC) : KC > 4673\tfrac{1}{2} : 153.$$

Da sich aber verhält

$$(KE + EC) : KC = EC : CL;$$

so hat folglich auch

$$EC : CL > 4673\tfrac{1}{2} : 153.$$

Da nun der Winkel ZEC, der dritte Theil eines rechten,

der zwölfte Theil von 4 rechten ist, und die Hälfte von diesem, der Winkel HEC, der 24ste Theil, und die Hälfte von diesem, der Winkel FEC, der 48ste Theil; so ist folglich der Winkel KEC, als die Hälfte von jenem, der 96ste Theil; und da wieder die Hälfte von diesem der Winkel LEC ist; so ist dieser der 192ste Theil (von 4 rechten Winkeln).

Man setze nun, sagt Archimedes, einen diesem

(LEC) gleichen Winkel CEM an, und verlängere die Linie ZC bis zu M.

Folglich ist der Winkel LEM das Doppelte des Winkels LEC, sonach der 96ste Theil von 4 rechten Winkeln, und die Linie CM ist daher die Seite eines um den Kreis beschriebenen Vieleckes, welches 96 Seiten hat.

Da nun bewiesen wurde, daß EC:CL > $4673\frac{1}{2}$: 153, und da AC von EC, LM aber von LC das Doppelte ist; so hat folglich auch

$$AC : LM > 4673\tfrac{1}{2} : 153.$$

Umgekehrt hat sonach

$$LM : AC < 153 : 4673\tfrac{1}{2}.$$

Und da LM die Seite eines Vieleckes ist, welches 96 Seiten hat; so ist folglich der Perimeter dieses Vieleckes gleich 14688. (Denn 96 mit 153 multiplizirt gibt diese Zahl zum Produkte.) Sonach hat der Perimeter des Vieleckes zum Durchmesser AC ein kleineres Verhältniß als 14688 zu $4673\frac{1}{2}$. Folglich ist der Perimeter des Vieleckes gleich dem Dreifachen des Durchmessers des Kreises, und einem Theile welcher gleich ist $667\frac{1}{2}$. Diese Zahl aber ist um den siebenten Theil einer Einheit kleiner als der siebente Theil des Durchmessers, (denn $667\frac{1}{2}$ mit 7 multiplizirt gibt $4672\frac{1}{2}$, welche Zahl um eine Einheit kleiner ist als der Durchmesser.) Da nun der Perimeter des Vieleckes kleiner ist als das Dreifache und $\frac{1}{7}$ (des

Durchmessers,) und da die Peripherie des Kreises kleiner ist als die des Vieleckes; so ist also noch weit mehr die Peripherie des Kreises kleiner als das Dreifache und $\frac{1}{7}$ des Durchmessers.

Zum zweiten Theile des dritten Lehrsatzes.

In der Konstruktion des zweiten Theiles dieses Lehrsatzes sagt Archimedes:

„Es sei ein Kreis gegeben, sein Durchmesser sei AC, und der Winkel BAC sei der dritte Theil eines rechten.“

Dieß wird der Fall sein, wenn man vom Punkte C aus eine Linie CB zieht, die gleich ist der Seite eines Sechseckes, [22] und die Punkte A und B durch eine gerade Linie verbindet. Denn der Winkel, welcher vom Mittelpunkte aus gegen die Endpunkte der Seite eines Sechseckes zugeht, ist gleich $\frac{2}{3}$ eines rechten, geht er aber von der Peripherie aus, gleich $\frac{1}{3}$ [23].

22) CB als die Seite eines in den Kreis beschriebenen Sechseckes ist gleich dem Halbmesser, gleich $AC/_2$ S. Euclid. Elem. L. IV. Prop. 15.

23) Euclid. El. L. III. Prop. 20. *'Εν κύκλῳ ἡ πρὸς τῷ κέντρῳ γωνία διπλασίων ἐστὶ τῆς πρὸς τῇ περιφερείᾳ, ὅταν τὴν αὐτὴν περιφέρειαν βάσιν ἔχωσιν αἱ γωνίαι.* „In jedem Kreise ist der Winkel am Mittelpunkte doppelt so groß, als der Winkel am Umkreise, wenn beyde auf einerlei Bogen stehen.“ Lorenz.

Da nun der Winkel ABC ein rechter ist,[24] der Winkel BAC aber gleich dem dritten Theile eines rechten; so ist ACB gleich $\frac{2}{3}$ eines rechten.[25] Wenn wir daher die Linie CB gegen B zu verlängern, eine dieser (CB) gleiche Linie (Bd) abschneiden und (den Endpunkt derselben d) von A aus durch eine gerade Linie (Ad) verbinden; so wird ein gleichseitiges Dreieck (ACd) entstehen, und weil der Kathetus AB die Grundlinie (Cd) halbirt;[26] so ist AC das Doppelte von CB. Wenn wir nun ferner AC gleich 1560 annehmen; so wird CB 780 sein. Das Quadrat von AC aber ist gleich 2433600, und das Quadrat von CB gleich 608400. Ziehen wir daher das Quadrat von CB ab vom Quadrate von AC; so bleibt uns übrig das Quadrat von AB gleich 1825200, wovon die Quadratwurzel dem 1351 sehr nahe kommt, (denn das Quadrat von dieser Zahl ist genau um 1 größer.) Daher sagt Archimedes:

$$AB : BC < 1351 : 780.$$

24) Euclid. El. L. III. Prop. 31. *Ἐν κύκλῳ ἡ μὲν ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ γωνία ὀρθή ἐστιν. κ. τ. λ.*

25) Euclid. Elem. L. I. Prop. 32. Vergl. Anmerk. 17 zu Eutok. Uebers.

26) Der punktirte Theil BdA in Fig. IV. findet sich im Orginale nicht, und wurde blos der leichtern Anschauung wegen beigefügt; eben so ist auch der Buchstabe e erst beigesetzt worden.

Das Multiplikationsverfahren selbst aber soll beigefügt werden.

AC = 1560	CB = 780	1351
1560	780	1351
1000000	490000	1000000
500000	56000	300000
60000	56000	50000
500000	6400	1000
250000	608400	300000
30000		90000
60000		15000
30000		300
3600		50000[27]
2433600		15000
		2500
		50
		1351
		1825201

Wenn wir das Quadrat von BC abziehen vom Quadrate von AC; bleibt noch übrig 1825200.

(Das Quadrat von 1351) ist um 1 Einheit größer, als das wirkliche Quadrat (von AB).

Man halbire den Winkel BAC durch die Linie AZH. Da nun der Winkel BAH gleich ist dem Winkel HCB,

27) Bei Wallis steht, wahrscheinlich durch einen Druckfehler, 500000 statt 50000.

(denn es sind Peripheriewinkel, deren Schenkel gleiche Bogen abschneiden, [28])

so wie auch dem Winkel HAC; so ist folglich auch HCB gleich HAC; ferner ist der rechte Winkel AHC gemeinschaftlich; folglich wird auch der dritte Winkel HZC gleich sein dem dritten ACH. Das Dreieck AHC ist daher gleichwinklig mit dem Dreiecke CHZ. Es verhält sich daher

AH : HC = CH : HZ und AC : CZ;

denn in gleichwinkligen Dreiecken sind die Seiten proportional, und es entsprechen sich jederzeit die Seiten, welche gleichen Winkeln gegenüberliegen. [29]

So wie sich aber verhält

AC : CZ = (CA + AB) : BC; folglich verhält sich auch (BA + AC) : BC = AH : HC.

Denn da der Winkel BAC durch die Linie AZ halbirt wurde; so verhält sich

BA : AC = BZ : CZ, [30]

28) S. Anmerk. 23 zu Arch. Uebersetz.

29) S. Anmerk. 25. zu Arch. Uebersetz.

30) Euclid. Elem. L. VI. Prop. 3. Ἐὰν τριγώνου γωνία δίχα τμηθῇ, ἡ δὲ τέμνουσα την γωνίαν εὐθεῖα τέμνῃ καὶ τὴν βάσιν, τὰ τῆς βάσεως τμήματα τὸν αὐτὸν ἕξει λόγον ταῖς λοιπαῖς τοῦ τριγώνου πλευραῖς. κ. τ. λ.

und durch Verbindung:

$$(BA + AC) : AC = BC : CZ;$$

und durch Verwechslung:

$$(BA + AC) : BC = AC : CZ.$$

AB ist aber kleiner als 1351, AC gleich 1560, und BC gleich 780; sonach hat

$$(AB + AC) : BC < 2911 : 780;$$

folglich hat auch

$$AC : CZ < 2911 : 780.$$

Wie sich aber verhält

$$AC : CZ = AH : HC;$$ [31]

deßwegen hat auch

$$AH : HC < 2911 : 780.$$

Daher wird denn das Quadrat von AH gleich sein 8473921, und das Quadrat von HC gleich 608400. Diesen beiden Quadraten zusammengenommen ist gleich das Quadrat von AC, welches sonach 9082321 beträgt, wovon die Quadratwurzel der Zahl $3013\frac{3}{4}$ sehr nahe kommt; denn das genaue Quadrat von dieser ist um $368\frac{1}{16}$ größer als das wirkliche Quadrat (von AC); deßwegen also sagt Archimedes, daß

$$AC : CH < 3013\tfrac{3}{4} : 780.$$

„Wird ein Winkel (A) eines Triangels (ABC) von einer geraden Linie (AZ) halbirt: so schneidet solche, genugsam verlängert, die dem Winkel gegenüberliegende Seite (BC) den beyden andern (AB, AC) proportionirt." u. s. w. Lorenz.

31) Verglch. Anmerk. 29. zu Eutok. Uebers.

Das Multiplikationsverfahren selbst aber soll beigefügt werden.

AH = 2911	HC = 780	$3013\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}$
2911	780	$3013\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}$
4000000	490000	9000000
1800000	56000	30000
20000	56000	9000
2000	6400	1500
1800000	608400	750
810000		30000
9000		100
900		30
20000		5
9000		$2\frac{1}{2}$
100		9000
10		30
2911		9
8473921		$1\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{4}$
		1500
		5
		$1\frac{1}{2},\frac{1}{4},\frac{1}{8}$
		750
		$2\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{4},\frac{1}{8}\ \frac{1}{16}$
		$9082089\frac{1}{16}$

Die Quadrate von AH und HC sind gleich 9082321.

(Das Quadrat von $3013\frac{1}{2}\frac{1}{4}$) ist um $368\frac{1}{16}$ größer als das wirkliche Quadrat (von AC).

Nun halbire man den Winkel CAH durch AF. Durch Halbirung des Winkels, dann wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke (ACF und CeF), und der Proportionalität der Seiten, und durch Verbindung und Verwechslung entsteht die Proportion:

$$(HA + AC) : HC = AF : FC.$$ [32]

AH ist nun nach der Annahme kleiner als 2911, und AC kleiner als $3013\frac{3}{4}$; sonach sind HA und AC zusammengenommen kleiner als $5924\frac{3}{4}$; HC aber ist gleich 780; sonach hat

$$(HA + AC) : HC < 5924\tfrac{3}{4} : 780.$$

Folglich hat auch

$$AF : FC < 5924\tfrac{3}{4} : 780.$$

Daher hat

$$AF : FC < 455\tfrac{3}{4} : 60.$$

---

32) Die Richtigkeit dieser Proportion geht aus folgenden Sätzen hervor. Wegen Halbirung des Winkels CAH verhält sich (Euclid. El. L. VI. Prop. 3.)

$$HA : AC = He : eC,$$

und durch Verbindung:

$$(HA + AC) : AC = HC : eC,$$

und durch Verwechslung:

$$(HA + AC) : HC = AC : eC.$$

Nun verhält sich aber wegen Aehnlichkeit der Dreiecke ACF und CeF

$$AF : FC = CF : Fe = AC : eC;$$

folglich verhält sich auch

$$(HA + AC) : HC = AF : FC.$$

Denn diese beiden Zahlen sind der 13te Theil der beiden vorigen. Nimmt man das Vierfache von ihnen; so hat auch

$$AF : FC < 1823 : 240.$$

Denn deßwegen sagt Archimedes: diese beiden Zahlen sind 4mal der 13te Theil von den beiden vorigen. Da ferner AF gleich 1823 ist; so ist das Quadrat hievon 3323329. FC ist aber gleich 240, folglich das Quadrat gleich 57600. Den beiden Quadraten von AF und FC ist aber gleich das Quadrat von AC; dieses wird sonach 3380929 betragen, wovon die Quadratwurzel der Zahl $1838\frac{9}{11}$ sehr nahe kommt. Denn das Quadrat derselben ist nahebei um 323 größer als das wirkliche Quadrat (von AC). Sonach hat

$$AC : FC < 1838\tfrac{9}{11} : 240.$$

Das Multiplikationsverfahren selbst aber soll beigefügt werden.

AF = 1823
1823

1000000
800000
20000
3000
800000
640000
16000
2400
20000
16000
400
60
3000
2400
60
9

3323329

FC = 240
240

40000
8000
8000
1600

57600

Diesen beiden Quadraten zusammengenommen ist gleich das Quadrat von AC 3380929.

$1838\frac{9}{11}$
$1838\frac{9}{11}$

1000000
800000
30000
8000
$818\frac{2}{11}$
800000
640000
24000
6400
$654\frac{6}{11}$
30000
24000
900
240
$24\frac{6}{11}$
8000
6400
240
64
$6\frac{6}{11}$
$818\frac{2}{11}$
$654\frac{6}{11}$
$24\frac{6}{11}$
$6\frac{6}{11}$
$\frac{81}{121}$

$3381251\frac{7}{11}\ \frac{81}{121}$
$(=3381252\frac{37}{121})$

(Das Quadrat von $1838\frac{9}{11}$) ist sonach beinahe um 323 größer als das vollkommene Quadrat (von AC).

Ferner theile man den Winkel FAC durch KA in zwei gleiche Theile.

Auch hier entsteht wieder durch Halbirung des Winkels, dann wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke und der Proportionalität der Seiten, und durch Verbindung und Verwechslung die Proportion:

$$(FA + AC) : CF = AK : KC.$$

Allein die beiden Linien FA und AC sind kleiner als $3661\frac{9}{11}$, weil nach der Annahme FA kleiner als 1823 und AC kleiner als $1838\frac{9}{11}$ ist. FC aber ist gleich 240; folglich hat

$$(FA + AC) : FC < 3661\tfrac{9}{11} : 240;$$

daher hat auch

$$AK : KC < 3661\tfrac{9}{11} : 240.$$

Und da nun von $3661\frac{9}{11}$ 11mal der 40ste Theil 1007, von 240 aber 66 ist; so hat folglich

$$AK : KC < 1007 : 66.$$

Nun ist das Quadrat von AK gleich 1014049, das von KC aber gleich 4356, und diesen beiden zusammengenommen ist gleich das Quadrat von AC, welches 1018405 beträgt, wovon die Quadratwurzel der Zahl $1009\frac{1}{6}$ sehr nahe kommt, denn das Quadrat dieser Zahl ist um $12\frac{1}{3}\frac{1}{36}$ größer als das wirkliche Quadrat (von AC); folglich hat

$$AC : CK < 1009\tfrac{1}{6} : 66.$$

Das Multiplikationsverfahren selbst aber soll beigefügt werden.

AK = 1007	KC = 66	$1009\frac{1}{6}$
1007	66	$1009\frac{1}{6}$
1000000	3600	1000000
7000	360	9000
7000	360	$166\frac{1}{2}\ \frac{1}{6}$
49	36	9000
1014049	4356	81
		$1\frac{1}{2}$
		$166\frac{1}{2}\ \frac{1}{6}$
		$1\frac{1}{2}$
		$\frac{1}{36}$
		$1018417\frac{1}{3}\ \frac{1}{36}$

Diesen beiden Quadraten zusammengenommen ist gleich das Quadrat von AC 1018405.

(Das Quadrat von $1009\frac{1}{6}$) ist um $12\frac{1}{3}\frac{1}{36}$ größer als das vollkommene Quadrat (von AC).

Endlich halbire man den Winkel KAC durch die Linie AL.

Aus gleichen Gründen (wie oben) ergiebt sich die Proportion:

$$(KA + AC) : KC = AL : LC.$$

Nun ist AK kleiner als 1007, AC aber kleiner als $1009\frac{1}{6}$, und KC gleich 66, folglich hat

$$(KA + AC) : KC < 2016\tfrac{1}{6} : 66;$$

und sonach hat auch

$$AL : LC < 2016\tfrac{1}{6} : 66.$$

Da ferner AL nach der Annahme gleich $2016\frac{1}{6}$ ist, wovon das Quadrat $4064928\frac{1}{36}$ beträgt, LC aber gleich 66, wovon das Quadrat gleich 4356 ist, und da diesen beiden Quadraten zusammengenommen das von AC gleich ist; so wird dieses gleich $4069284\frac{1}{36}$ sein, wovon die Quadratwurzel der Zahl $2017\frac{1}{4}$ sehr nahe kommt; denn das Quadrat hievon ist nur um $13\frac{1}{2}\frac{1}{29}$ größer als das vollkommene Quadrat (von AC). Folglich hat

$$AC : CL < 2017\tfrac{1}{4} : 66.$$

Das Multiplikationsverfahren selbst aber soll beigefügt werden.

AL = $2016\frac{1}{6}$	LC = 66	$2017\frac{1}{4}$
$2016\frac{1}{6}$	66	$2017\frac{1}{4}$
4000000	3600	4000000
20000	360	20000
12000	360	14000
$333\frac{1}{3}$	36	500
20000	4356	20000
100		100
60		70
$1\frac{1}{2}\ \frac{1}{6}$		$2\frac{1}{2}$
12000		14000
60		70
36		49
1		$1\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}$
$333\frac{1}{3}$		500
$1\frac{1}{2}\ \frac{1}{6}$		$2\frac{1}{2}$
1		$1\frac{1}{2}\ \frac{1}{4}$
$\frac{1}{36}$		$\frac{1}{16}$
$4064928\frac{1}{36}$		$4069297\frac{1}{2}\ \frac{1}{19}$

Diesen beiden Quadraten zusammengenommen ist gleich das Quadrat von AC $4069284\frac{1}{36}$.

(Das Quadrat von $2017\frac{1}{4}$) ist um $13\frac{1}{2}\frac{1}{29}$ 33) größer als das vollkommene Quadrat (von AC).

33) $13\frac{1}{2}\frac{1}{29} = 13\frac{31}{58}$ sollte eigentlich heißen $13\frac{77}{144}$. Der Bruch ist sonach um $\frac{1}{4176}$ zu klein.

Da nun

$$AC : LC < 2017\tfrac{1}{4} : 66;$$

so hat folglich umgekehrt

$$LC : CA > 66 : 2017\tfrac{1}{4}.$$

Da ferner der Bogen CB der 6te Theil des Kreises ist; so ist folglich HC der 12te, FC der 24ste, KC der 48ste, und LC der 96ste Theil desselben. Demnach ist die Linie LC die Seite eines (in den Kreis gezeichneten) 96eckes. LC ist aber 66. Sonach hat der Perimeter des 96eckes zum Durchmesser des Kreises ein größeres Verhältniß als 6336[34] zu $2017\frac{1}{4}$. Die erste Zahl ist aber um $284\frac{1}{4}$ größer als das Dreifache der letztern,[35] und diese ($284\frac{1}{4}$) ist kleiner als $\frac{10}{71}$ (von $2017\frac{1}{4}$)[36]. Der 70ste Theil beträgt aber beinahe $27\frac{1}{2}\frac{1}{8}$, und das Zehnfache hievon 277 [37].

---

34) $6336 = 96 \times 66$. —

35) $2017\frac{1}{4} \times 3 = 6051\frac{3}{4}$, $6051\frac{3}{4} + 284\frac{1}{4} = 6336$. —

36) 10 mal der 71ste Theil von $217\frac{1}{4}$ beträgt $284\frac{34}{284} = 284\frac{17}{142}$; sonach ist $284\frac{1}{4}$ nicht kleiner sondern größer als $\frac{10}{71}$ von $2017\frac{1}{4}$, und zwar um $\frac{37}{284}$; denn bringt man $\frac{1}{4}$ und $\frac{17}{142}$ unter gleiche Nenner; so ergiebt sich: $\frac{142,\ 68}{568}$ (nach geschehener Subtraktion) $= \frac{74}{568} = \frac{37}{284}$.

37) Diese ganze Stelle ist mathematisch unrichtig, und muß also heißen: „und diese ($284\frac{1}{4}$) ist größer als $\frac{10}{71}$ (von $2017\frac{1}{4}$). Denn der 71ste Theil von $2017\frac{1}{4}$ ist gleich $28\frac{117}{284}$, und das Zehnfache hievon gleich $284\frac{17}{142}$. Wallis übersetzt also: Pars utique septuagesima est

Folglich ist die Peripherie des Kreises noch weit mehr größer als das Dreifache und $\frac{10}{71}$ des Durchmessers. So viel in meinen Kräften stand, habe ich nun die von Archimedes angegebenen Zahlen einigermassen erläutert.

Wissenswerth ist aber noch, daß auch Apollonius von Perga in seinem Okytoboon [38] dasselbe durch andere Zahlen bewiesen hat, wodurch er sich der Sache noch mehr näherte. Dieß mag nun allerdings den Anschein größerer Genauigkeit haben, allein eine solche

---

$27\,{}^{1}/_{2},{}^{1}/_{6}$ proxime; hujusque decuplum 277, und macht folg. Bemerkung hinzu: Imo illud est, $28\,{}^{117}/_{284}$; (dann heißt es aber unrichtig pars septuagesima statt pars septuagesima prima.) hoc $284\,{}^{17}/_{142}$; quod tamen minus est quam $284\,{}^{1}/_{4}$."

38) Apollonius von Perga in Pamphilien, der um 200 v. Chr. lebte, lernte von den Schülern Euklids die Mathematik, und machte sich durch sein Werk über die Kegelschnitte, welches viele neue Entdeckungen enthielt, und das wir zum Theile noch besitzen, vorzüglich bekannt. — Das hier angeführte Werk ist verloren gegangen; auch läßt sich über den Inhalt desselben außer dieser Angabe nichts mit Gewißheit bestimmen. Wallis vermuthet, es habe von der Multiplikation beliebig großer Zahlen gehandelt. S. Wallis opp. math. Tom. III. p 599. ad Papp. Alex. math. collect. L. II. Prop. 18. und Fabr. Bibl. gr. L. III. c. 22. p. 562.

war für den Zweck des Archimedes nicht zuträglich; denn wir sagten, er habe in diesem Wirkchen die Absicht, die Sache nur nahebei zu bestimmen wegen ihrer Anwendung in dem Leben. Daher wird man denn auch finden, wie ungelegen Porus von Nikäa [39] den Archimedes darum tadelt, weil er die gerade Linie, welcher die Peripherie des Kreises gleich ist, nicht genau aufgefunden habe. Deßwegen sagt eben dieser in den Kerien,[39] sein Lehrer Philo von Gadara [39] habe dieses durch genauere Zahlen gefunden, als jene seien, die Archimedes angegeben hätte, nehmlich 7 und 22. Ja es scheinen alle ohne Ausnahme seinen Zweck verkannt zu haben; denn sie bedienen sich

39) Porus von Nikäa, den Fabr. Bibl. gr. L. III. c. 14. p. 386. Sporus Nicaenus nennt, (auch Jos. Scalig. Elem. Cyclomet. Proleg. p. 5. erwähnt eines Sporus Nicenus, der wahrscheinlich mit unserm Porus eine Person ist,) war ein Schüler des Philo von Gadara, und schrieb, wie aus unserer Stelle ersichtlich ist, ein Werk, κηρία betitelt, welches verloren ging. Verglch. Eutok. im Eingange Anmerk. g. und Uebersetz. Anmerk. 6. Weder von ihm, noch von seinem Lehrer Philo von Gadara (Fabr. l. c. Philo Gadarenus sive Gaditanus) läßt sich außer den Nachrichten des Eutokius etwas mit Gewißheit angeben. Verglch. Jos. Scalig. l. c. p. 4.

der Multiplikationen und Divisionen mit Myriaden, denen nicht leicht einer folgen kann, ohne in der Logistik des Magnus bewandert zu sein [40]. Wollte denn aber doch einer die Sache ganz bis auf das Kleinste bestimmen; so müßte er die Μαθηματικὴ

---

40) Nachrichten von Magnus aufzufinden, wär mir unmöglich. Logistik bedeutet im Gegensatze der Arithmetik, welche sich als der theoretische Theil mit den Eigenschaften und Verhältnissen der Zahlen beschäftigt, die praktische Rechenkunst. Verglch. Kästners Gesch. der Math. 1 Thl. S. 44. §. 20 u. S. 52 §. 29. — Die der Basler Ausgabe beigefügte Uebersetzung giebt diese Stelle also wieder: Utuntur tamen multiplicationibus myriadum, et divisionibus, quibus non est facile assequi inductum, et rationibus magnis. Si quis vero voluerit omnino ad minuta magis hanc rem adducere, utatur licet his quae in compositione mathematica a Claudio Ptolemaeo tradita sunt, vel quae sequuntur ex illis per partes et minutissimum calculum, et per rectas in circulo sitas. Et ego utique hoc jam fecissem, nisi quod saepe dixi, intellexissem, quod per ea quae dicta sunt, non potest ad exquisitissimum perveniri, ut inveniatur recta linea, quae sit circumferentiae circuli dati aequalis. Quamquam proxime quis ac fere habuerit eam. Et quae ab Archimede sunt hic dicta, sufficiant.

Σύνταξις des Klaudius Ptolemäus [41] vollkommen verstehen, und dieses durch Grade, Minuten und gerade in den Kreis gezeichnete Linien zu Stande bringen; und auch ich würde dieses gethan haben, wenn ich nicht, wie ich schon oft sagte, wüßte, daß es unmöglich sei, durch die hier angegebenen Hilfsmittel eine gerade, der Peripherie des Kreises vollkommen gleiche, Linie zu finden; will aber Jemand die Sache nur nahebei und bis auf einen kleinen Theil wissen; so ist das zureichend, was Archimedes hier gesagt hat.

Kommentar des Eutokius von Askalon zu der Kreis-Messung des Archimedes, nach der von Isidor dem Mechaniker aus Milet, [42]) unserem Lehrer, durchgesehenen Ausgabe.

41) Vergl. Anmerk. 13.
42) Verglch. Einleit. S. 11 u. 12.

Gedruckt mit Dr. C. Wolf'schen Schriften.

Fig.




THE UNIVERSITY OF CHICAGO
LIBRARY
11 628 698




U of Chicago
11628698